การทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร
กรณี 1 และ 2 กลุ่ม

....

ในการวิจัย กรณีที่ผู้วิจัยมีวัตถุประสงค์ที่จะทำการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร เมื่อผู้วิจัยได้ทำการทดลองและเก็บข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างเพื่อนำมาทำการทดสอบสมมุติฐาน โดยทั่วไปแนวทางในการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร สามารถแบ่งเป็น

1) การทดสอบค่าเฉลี่ยกรณีกลุ่มตัวอย่าง 1 กลุ่ม
2) การทดสอบค่าเฉลี่ยกรณีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม
3) การทดสอบค่าเฉลี่ยกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่า 2 กลุ่ม

ขั้นตอนของการทดสอบ สามารถดำเนินการได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมุติฐาน เป็นการตั้งสมมุติฐานทางสถิติ ซึ่งประกอบด้วยสมมติฐานหลัก (Null hypothesis) (H_0)และสมมติฐานรอง(Alternative hypothesis)(H_1) ซึ่งสมมติฐานรองตั้งได้ 2 แบบ คือ **สมมติฐานรองแบบมีทิศทาง** ซึ่งจะต้องทำการทดสอบแบบทางเดียว (One-tailed test) และ **สมมติฐานรองแบบไม่มีทิศทาง** ซึ่งจะทำการทดสอบแบบสองทาง (Two-tailed test)

ขั้นที่ 2 กำหนดระดับนัยสำคัญ ซึ่งเป็นการกำหนดความน่าจะเป็นที่ผู้วิจัยจะยอมให้เกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (α) จากการปฏิเสธสมมติฐานหลักที่เป็นจริง ในการวิจัยทางการศึกษานิยมกำหนดที่ α = .01 และ α = .05

ขั้นที่ 3 เลือกสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐาน ในการทดสอบค่าเฉลี่ย สถิติที่ใช้ในการทดสอบมี Z - test t - test และ การวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) ซึ่ง Z – test และ t - test ใช้ทดสอบกรณีมีกลุ่มตัวอย่างหนึ่งหรือสองกลุ่ม สำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA)ใช้ทดสอบกรณีที่มีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มขึ้นไป โดยสถิติแต่ละประเภทมีข้อตกลงเบื้องต้น ดังนี้

ข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบ Z – test มีดังนี้

1) กลุ่มตัวอย่างได้มาโดยการสุ่ม
2) การแจกแจงของประชากรเป็นโค้งปกติ (Normal distribution)
3) ข้อมูลอยู่ในมาตราอันตรภาค(Interval Scale)ขึ้นไป
4) ทราบความแปรปรวนของประชากร (σ^2)

ข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบ t – test มีดังนี้

1) กลุ่มตัวอย่างได้มาโดยการสุ่ม
2) การแจกแจงของประชากรเป็นโค้งปกติ
3) ข้อมูลอยู่ในมาตราอันตรภาค(Interval Scale)ขึ้นไป

4) ไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร

สำหรับข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) มีดังนี้

1) กลุ่มตัวอย่างได้มาโดยการสุ่ม

2) การแจกแจงของประชากรเป็นโค้งปกติ

3) ข้อมูลอยู่ในมาตราอันตรภาค(Interval Scale)ขึ้นไป

4) กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มเป็นอิสระต่อกัน

5) มีความเป็นอิสระภายในตัวอย่าง

6)ไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร แต่ความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่มมีค่าเท่ากัน

เนื่องจากการเลือกใช้สถิติทดสอบ ต้องพิจารณาเลือกใช้ให้สอดคล้องกับข้อตกลงเบื้องต้นของสถิติทดสอบนั้นๆ ดังนั้นจะเห็นว่า ในการทดสอบค่าเฉลี่ยกรณีหนึ่งหรือสองกลุ่ม ในทางปฏิบัติจะมีการใช้ t – test เป็นส่วนมาก ทั้งนี้เพราะเหตุผลดังนี้

1. ข้อตกลงเบื้องต้นของ Z-test มีการระบุว่า จะใช้ Z- test ได้เมื่อทราบค่าความแปรปรวนของประชากร แต่ในทางปฏิบัติ ผู้วิจัยมักจะไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรแต่ใช้ t – test ได้กรณีที่ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร

2. เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่มาก จะทำให้ค่าองศาแห่งความเป็นอิสระ (degree of Freedom : df) มีค่ามากขึ้นตามลำดับ ค่าวิกฤตของ t กับค่าวิกฤตของ Z ก็จะมีค่าใกล้เคียงกันมากขึ้นตามลำดับเช่นกัน จนในที่สุดองศาแห่งความเป็นอิสระที่ ∞ ค่าวิกฤตของ t กับค่าวิกฤตของ Z ที่ระดับนัยสำคัญเดียวกัน จะมีค่าเท่ากันพอดี เช่น $Z_{(.05)} = t_{(.05)(df=\infty)} = 1.645$ เป็นต้น

ขั้นที่ 4 กำหนดขอบเขตวิกฤติ

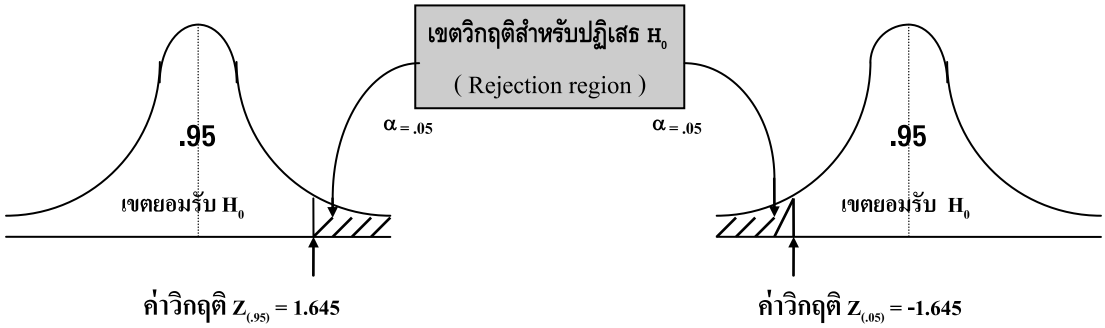
การกำหนดขอบเขตวิกฤติ เป็นการกำหนดพื้นที่หรือบริเวณในการแจกแจงตัวอย่างของสถิติทดสอบที่ใช้สำหรับปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานหลัก(H_0) ซึ่งในการกำหนดขอบเขตวิกฤตจะพิจารณาสมมติฐานรอง (H_1) ที่ตั้งขึ้นว่า เป็นแบบทางเดียว (one-tailed test) หรือแบบสองทาง (two-tailed test) เพื่อนำค่าระดับนัย สำคัญ (α)ไปหาค่าวิกฤต (critical value) มาใช้ในการเปรียบเทียบกับค่าที่คำนวณได้จากกลุ่มตัวอย่าง สำหรับการตัดสินใจว่า จะยอมรับ(Acceptance)หรือปฏิเสธ(Rejection) สมมติฐานหลัก (H_0) ซึ่งในกรณีการทดสอบแบบสองทาง (Two-tailed test) การหาค่าวิกฤตจะต้องหารค่า α ด้วย 2 ($\alpha/_2$) ก่อน แล้วใช้ผลหารที่ได้ไปเปิดตารางการแจกแจงของตัวอย่างสถิติทดสอบ แต่กรณีทดสอบแบบทางเดียว (One-tailed test) สามารถใช้ค่า α ไปเปิดตารางได้เลย

ในการกำหนดขอบเขตวิกฤตเพื่อสรุปผลการทดสอบนั้นจะเห็นว่าสามารถพิจารณาได้ 2 แนวทางด้วยกัน คือ **กรณีที่ 1** พิจารณาจากค่าวิกฤตที่เปิดจากตารางเทียบกับค่าสถิติที่คำนวณได้จากการเก็บข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างเป็นหลักโดยพิจารณาค่าที่อยู่ในแนวแกนนอนของการแจกแจงของค่าสถิติ

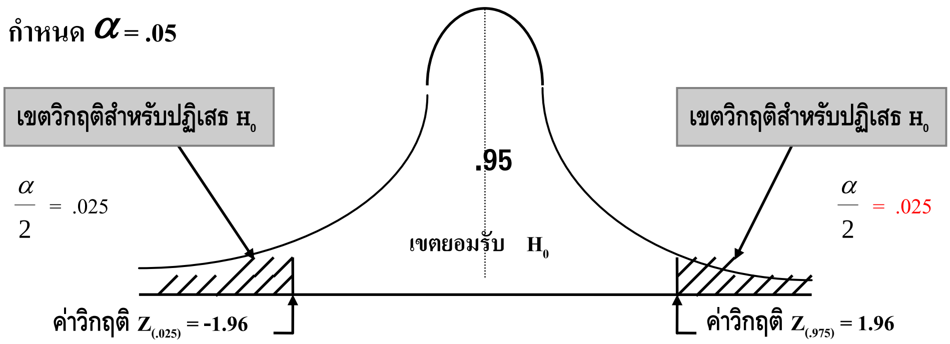
นั้นๆ หรือ **<u>กรณีที่ 2</u>** พิจารณาจากพื้นที่ใต้โค้งการแจกแจง ซึ่งเป็นกรณีที่ใช้กับการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์ โดยพิจารณา ค่า Sig. (ค่า P-value)ในตารางแสดงผลการคำนวณ(Print out)เทียบกับค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (α)

ตัวอย่างแสดงขอบเขตวิกฤติ กรณีใช้ z-test เป็นสถิติทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ (α) เป็น .05

กรณีการทดสอบแบบทางเดียว



กรณีการทดสอบแบบสองทาง



ค่าวิกฤตของ Z จากตารางพื้นที่ภายใต้โค้งปกติ (Area under the normal curve)มีค่าดังนี้

การทดสอบ	**ค่าวิกฤติของ Z ระดับนัยสำคัญ** (α)		
	.05	.01	.005
แบบทางเดียว (One-tailed test)	- 1.645 หรือ 1.645	- 2.33 หรือ 2.33	- 2.58 หรือ 2.58
การทดสอบ	**ค่าวิกฤติของ Z ระดับนัยสำคัญ** (α/2)		
	.025	.05	.0025
แบบสองทาง (Two-tailed test)	- 1.96 และ 1.96	- 2.58 และ 2.58	- 2.81 และ 2.81

ขั้นที่ 5 คำนวณค่าสถิติทดสอบตามสูตร เป็นการคำนวณค่าสถิติโดยนำข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างที่ศึกษาไปแทนค่าต่าง ๆ ตามสูตรของสถิติทดสอบ

ขั้นที่ 6 สรุปตัดสินใจโดยนำค่าสถิติจากการคำนวณมาเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากตาราง (ค่าวิกฤติ)แล้วจึงจะตัดสินใจเกี่ยวกับผลทดสอบ โดยมีหลักพิจารณา ดังนี้

6.1 ถ้าสถิติที่คำนวณได้ตกอยู่ในขอบเขตค่าวิกฤติ (ค่าคำนวณมากกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤติ โดยไม่คิดเครื่องหมาย) จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก (H_0) และยอมรับสมมติรอง (H_1) นั่นคือจะยอมรับสมมติฐานการวิจัยตามที่ผู้วิจัยกำหนด

6.2 ถ้าค่าสถิติที่คำนวณได้ตกอยู่นอกขอบเขตค่าวิกฤติ (ค่าคำนวณน้อยกว่าค่าวิกฤติ โดยไม่คิดเครื่องหมาย) จะยอมรับสมมติฐานหลัก (H_0)

นอกจากนี้ในปัจจุบันมีการนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากกลุ่มตัวอย่างไปวิเคราะห์ผลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปต่างๆในคอมพิวเตอร์ เช่นโปรแกรม SPSS for Window ซึ่งในการแสดงผลการวิเคราะห์จะมีการคำนวณค่า P-value มาให้ซึ่งค่า P-value เป็นค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้ภายใต้ H_0 โดยค่า P-value ในตารางจะแสดงในคอลัมท์ของ Sig(2-tailed) เราสามารถนำค่า Sig(2-tailed) มาพิจารณาเพื่อปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานหลัก (H_0) ได้เช่นกัน โดยมีหลักพิจารณาดังนี้

ก. ปฏิเสธสมมติฐานหลัก (H_0) และยอมรับสมมติฐานรอง (H_1) ที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อความน่าจะเป็นที่จะเกิดค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้ภายใต้ H_0(Sig(2-tailed))มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ α (Sig(2-tailed) $\leq$ α)

ข. ยอมรับสมมติฐานหลัก (H_0) และปฏิเสธสมมติฐานรอง (H_1) ที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อความน่าจะเป็นที่จะเกิดค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้ภายใต้ H_0 มีค่ามากกว่า α (Sig(2-tailed) $>$ α) อย่างไรก็ตามจะต้องพิจารณาลักษณะของการทดสอบสมมุติฐาน ควบคู่ไปด้วย กล่าวคือ ถ้าการทดสอบนั้นเป็นการทดสอบสมมุติฐานแบบสองทางให้นำค่า Sig(2-tailed) มาเปรียบเทียบกับ α ได้เลย แต่ถ้าการทดสอบสมมุติฐานแบบทางเดียว ก่อนจะเปรียบเทียบให้นำค่า Sig(2-tailed) หารด้วย 2 ก่อนแล้วจึงนำผลหารมาใช้เนตัวเปรียบเทียบโดยใช้หลักการที่กล่าวข้างต้น

ซึ่งสามารถสรุปแนวทางในการพิจารณาการตัดสินใจของการทดสอบสมมุติฐาน ได้ดังนี้

1) กรณีที่เปรียบเทียบโดยใช้ค่าวิกฤตกับค่าที่คำนวณได้จากกลุ่มตัวอย่าง

ก. ถ้าตั้งสมมุติฐานแบบทางเดียว การหาค่าวิกฤตให้นำค่า α ไปใช้ในการเปิดหาค่าในตารางได้เลย

ข. ถ้าตั้งสมมุติฐานแบบสองทาง การหาค่าวิกฤตให้หาร α ด้วย 2 แล้วนำผลหารที่ได้ไปใช้ในการเปิดตาราง

ค. การสรุปเพื่อตัดสินใจ

ถ้าค่าคำนวณมากกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤต(ไม่คิดเครื่องหมาย) จะปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_1

ถ้าค่าคำนวณน้อยกว่าค่าวิกฤต(ไม่คิดเครื่องหมาย) จะยอมรับ H_0

2) กรณีที่เปรียบเทียบโดยใช้ค่า Sig(2-tailed) จากตารางแสดงผลการวิเคราะห์(Print out)

ก. ถ้าตั้งสมมุติฐานแบบทางเดียว ให้นำค่า Sig(2-tailed) หารด้วย 2 แล้วนำค่าผลหารที่ได้ไปเปรียบเทียบกับค่า α

ข. ถ้าตั้งสมมุติฐานแบบสองทาง ให้นำค่า Sig(2-tailed)ไปเปรียบเทียบกับ α ได้เลย

ค. การสรุปเพื่อตัดสินใจ

ถ้าค่า Sig(2-tailed) ที่นำมาเปรียบเทียบมากกว่า α จะยอมรับ H_0

ถ้าค่า Sig(2-tailed) ที่นำมาเปรียบเทียบน้อยกว่า α จะปฏิเสธ H_0 และ ยอมรับ H_1

การทดสอบค่าเฉลี่ยกรณีกลุ่มตัวอย่าง 1 กลุ่มและการทดสอบค่าเฉลี่ยกรณีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม สามารถทำได้ทั้ง Z – test และ t-test ในที่นี้จะขอยกตัวอย่าง t-test ซึ่งเป็นกรณีที่นิยมปฏิบัติ ดังนี้

1. การทดสอบค่าเฉลี่ย กรณีกลุ่มตัวอย่าง 1 กลุ่ม

ในการทดสอบค่าเฉลี่ยกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมี 1 กลุ่มจะเป็นการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยกับค่าคงที่ค่าหนึ่งที่ผู้วิจัยสนใจที่ต้องการเปรียบเทียบ ซึ่งค่าคงที่นี้อาจได้มาจากการกำหนดขึ้นหรือการทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องในเรื่องนั้นๆ ซึ่งการใช้สถิติทดสอบ t – test ทดสอบค่าเฉลี่ยกรณีกลุ่มตัวอย่าง 1 กลุ่ม มีสูตรในการคำนวณ ดังนี้

$$t = \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \rightarrow t = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \; ; \; df_2 = n_2 - 1$$

ตัวอย่างที่ 1 การวิจัยเชิงทดลองเพื่อศึกษาผลการใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้สุ่มตัวอย่างนักเรียนมาจำนวน 25 คน ที่มีผลการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำแล้วทดลองใช้ชุดการสอนนี้ หลังการทดลองได้ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มนี้ ปรากฏว่าได้คะแนนเฉลี่ย 22 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.6 จงทดสอบว่าการใช้ชุดการสอนจะทำให้ผลการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด คือ 17 คะแนนหรือไม่ ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมุติฐาน

สมมุติฐานทางสถิติ $H_0 : \mu \le 17$

$H_1 : \mu > 17$

ขั้นที่ 2 กำหนดระดับนัยสำคัญ

$\alpha = .05$

ขั้นที่ 3 เลือกสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐาน

$$t = \frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \; ; \; df = n - 1$$

ขั้นที่ 4 กำหนดขอบเขตวิกฤติ

จาก กำหนด α = .05 และเป็นการตั้งสมมุติฐานแบบทางเดียว df = 25-1 = 24 เปิดตาราง ที่ α = .05 จะได้ค่าวิกฤต t = 1.711 ($t_{ตาราง}$ = 1.711)

ขั้นที่ 5 คำนวณค่าสถิติตามสูตร

$$t = \frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} ; \quad df = 25 - 1 = 24$$

$$t = \frac{22-17}{5.6/\sqrt{25}} = \frac{5}{1.12} = 4.46$$

ขั้นที่ 6 สรุปตัดสินใจ

เมื่อ $t_{คำนวณ} > t_{ตาราง}$ จะ ปฏิเสธ H_0 และ ยอมรับ H_1

เมื่อ $t_{คำนวณ} < t_{ตาราง}$ จะยอมรับ H_0

เนื่องจาก $t_{คำนวณ}$ = 4.46 มากกว่า $t_{ตาราง}$ =1.711 ดังนั้น จึงปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 นั้นคือ หลังการใช้ชุดการสอนจะทำให้ผลการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ 17 คะแนนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. การทดสอบค่าเฉลี่ยกรณีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม

ในการทดสอบค่าเฉลี่ยกรณีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มนั้นจะพิจารณาว่า กลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มเป็นอิสระจากการหรือไม่ เพื่อเลือกใช้สูตรของสถิติทดสอบให้ถูกต้อง นอกจากนี้ยังพิจารณาอีกว่าความแปรปรวนของประชากรของกลุ่มตัวอย่างเท่ากันหรือไม่ ซึ่งในการใช้สถิติ t-test ทดสอบกรณีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม ที่เป็นอิสระต่อกันนั้นมีสูตรที่ใช้ทดสอบอยู่ 2 สูตรด้วยกัน กล่าวคือ สูตรที่ใช้ในกรณีความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่มมีค่าเท่ากัน ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$) หรือในกรณีกลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มมีจำนวนเท่ากัน (t-test แบบ Pooled variance) และสูตรที่ใช้ในกรณีความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่มมีค่าไม่เท่ากัน ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$) (t-test แบบ Separated variance) ดังนั้นเมื่อผู้วิจัยจะใช้ t-test กรณีดังกล่าวจะต้องทำการทดสอบก่อนว่า ความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่มมีค่าเท่ากันหรือไม่โดยใช้ F-test เพื่อจะได้เลือกใช้สูตรของ t-test ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสมต่อไป

2.1 กรณีกลุ่มตัวอย่างเป็นอิสระต่อกัน

2.1.1 เมื่อสุ่มตัวอย่างขนาด n_1 และ n_2 มาโดยอิสระจากกัน มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 และ μ_2 ความแปรปรวน σ_1^2 และ σ_2^2 ซึ่งไม่ทราบค่า แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ โดย n_1 และ n_2 น้อยกว่า 30 ใช้สูตร t – test (t-test แบบ Pooled variance)

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \qquad df = n_1 + n_2 - 2$$

เมื่อ

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

2.1.2 เมื่อสุ่มตัวอย่างขนาด n_1 และ n_2 มาโดยอิสระจากกัน มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ_1 และ μ_2 ความแปรปรวนเท่ากับ σ_1^2และ σ_2^2 ซึ่งไม่ทราบค่าแต่ทราบว่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ โดย n_1 และ n_2 น้อยกว่า 30 ใช้สูตร t – test (t-test แบบ Separated variance)

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}} \qquad : df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$$

เนื่องจากการทดสอบทั้ง 2 กรณีข้างต้นเกี่ยวข้องกับการทราบค่าของความแปรปรวน σ_1^2และ σ_2^2 ว่าเท่ากันหรือไม่ ดังนั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลกรณีตัวอย่าง 2 กลุ่ม เราจึงจำเป็นต้องทำการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนโดยใช้สถิติทดสอบ F-test ก่อนเพื่อเลือกใช้ให้ถูกต้อง ดังนี้

$$F = \frac{S^2_{max}}{S^2_{min}} \quad ;$$

$df_1 = n_1 - 1$ เมื่อ n_1 = จำนวนกลุ่มตัวอย่างที่มีค่า S^2 มีค่ามาก

$df_2 = n_2 - 1$ เมื่อ n_2 = จำนวนกลุ่มตัวอย่างที่มีค่า S^2 มีค่าน้อย

เช่น 1) ข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 มีค่า $S^2 = 9$ และ n = 10 ข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างที่ 2 มีค่า $S^2 = 14$ และ n = 16 จะได้ $S^2_{max} = 14$ $df_1 = 16-1 = 15$ และ $S^2_{min} = 9$ $df_2 = 10-1 = 9$

2) ข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S.D) = 5 และ n = 14 ข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างที่ 2 มีค่า $S^2 = 9$ และ n = 7 จะได้ $S^2_{max} = 25$ $df_1 = 14-1 = 13$ และ $S^2_{min} = 9$ $df_2 = 7-1 = 8$

ตัวอย่างที่ 2 ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาว่า ผู้ป่วยโรคเบาหวานเพศชายและเพศหญิงว่า มีความสามารถในการดูแลตนเองแตกต่างกันหรือไม่ จึงได้สุ่มตัวอย่างผู้ป่วยเพศหญิงจำนวน 8 คน และผู้ป่วยเพศชายจำนวน 10 คน โดยแต่ละกลุ่มมีความเท่าเทียมกันในตัวแปรอื่น ๆ ได้แก่ อายุ ระดับการศึกษา รายได้ของครอบครัว และระยะเวลาของการรักษาแตกต่างกันเฉพาะเพศเท่านั้น ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์และสังเกตการดูแลตนเองของผู้ป่วยและให้ค่าคะแนนตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยกำหนด ได้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของผู้ป่วยเพศหญิงเป็น 25, 18 และของผู้ป่วยเพศชายเป็น 20 และ 12 ตามลำดับ ผู้วิจัยต้องการทดสอบว่าค่าเฉลี่ยคะแนน “ ความสามารถในการดูแลตนเองของผู้ป่วยเบาหวานระหว่างเพศหญิงเพศชายมีความแตกต่างกันหรือไม่ ”

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมุติฐาน

สมมุติฐานทางสถิติ : $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

ขั้นที่ 2 กำหนดระดับนัยสำคัญ

$$\alpha = .05$$

ขั้นที่ 3 เลือกสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐาน

เนื่องจาก t –test มี 2 สูตร ก่อนตัดสินใจ จะเลือกใช้สูตรใดให้ทำการทดสอบ หาค่าความแปรปรวนของทั้งสองกลุ่มว่าเท่ากันหรือไม่เท่ากัน

การทดสอบ F - test

ตั้งสมมุติฐานทางสถิติ : $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

จาก $F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$

กำหนด $\alpha = .05$ และเป็นการกำหนดการทดสอบสมมุติฐานแบบสองทาง

ดังนั้นต้องใช้ $\alpha = \dfrac{.05}{2} = .025$ ในการเปิดตาราง เมื่อ $df_1 = 8 - 1 = 7$, $df_2 = 10 - 1 = 9$

จะได้ค่าวิกฤตของ F เท่ากับ 4.20 ($F_{ตาราง} = 4.20$)

$$F_{คำนวณ} = \frac{18}{12} = 1.5$$

พบว่า $F_{คำนวณ} = 1.5 < F_{ตาราง} = 4.20$

ดังนั้น จึงยอมรับ H_0 นั่นคือ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

จากผลการทดสอบจึงตัดสินใจเลือกใช้สถิติ t-test แบบ Pooled variance

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad , \; df = n_1 + n_2 - 2$$

ตามสูตร ดังนี้

ขั้นที่ 4 กำหนดขอบเขตวิกฤติ

หาค่าวิกฤตของ t เมื่อ df = 8 + 10 - 2 = 16 ที่ $\alpha = .05$

เนื่องจากเป็นการทดสอบสมมุติฐานแบบสองทาง (H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2$)

เปิดตารางหาค่าวิกฤตที่ $\alpha = \frac{.05}{2} = .025$ df = 16 จะได้ค่าวิกฤตของ t ($t_{ตาราง}$) = 2.12

ขั้นที่ 5 คำนวณค่าสถิติตามสูตร

$$t = \frac{\bar{x}1 - \bar{x}2}{\sqrt{Sp^2\left(\frac{1}{n1} + \frac{1}{n2}\right)}} \qquad df = n1 + n2 - 2$$

แทนค่าในสูตร

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$Sp^2 = \frac{(8-1)18 + (10-1)12}{8+10-2} = \frac{126+108}{16} = \frac{234}{16} = 14.625$$

$$t = \frac{25-20}{\sqrt{14.625\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{10}\right)}} = \frac{5}{\sqrt{14.625(0.23)}} = \frac{5}{\sqrt{3.36}} = \frac{5}{1.83}$$

$$= \quad 2.73$$

ขั้นที่ 6 สรุปตัดสินใจ

เนื่องจาก $t_{คำนวณ} = 2.73 > t_{ตาราง} = 2.12$ ดังนั้น จึงปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 นั่นคือ ความสามารถในการดูแลตนเองของผู้ป่วยเบาหวานระหว่างผู้ป่วยเพศหญิงและชายแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ตัวอย่างการเขียนผลการทดสอบลงในตาราง

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบระหว่างความสามารถในการดูแลตนเองของผู้ป่วยเบาหวานระหว่างผู้ป่วยเพศหญิงและชาย

ผู้ป่วย	N	$\bar{x}$	S.D.	t
เพศหญิง	8	25	4.24	2.73*
เพศชาย	10	20	3.41	

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตัวอย่างที่ 3 ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาผลของการสอน 2 วิธี ในรายวิชาภาษาอังกฤษ แก่เด็ก 2 กลุ่ม ๆ ละ 10 คน โดยกลุ่มที่ 1 ได้รับการสอนแบบชุดฝึก และกลุ่มที่ 2 ได้รับการสอนแบบบทเรียนสำเร็จรูป หลังจากผ่านไป 3 เดือน ทำการรวบรวมคะแนนเด็กทั้ง 2 กลุ่ม พบว่ากลุ่มที่ 1 ได้ค่าเฉลี่ยคะแนน 370 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 190 กลุ่มที่ 2 ได้ค่าเฉลี่ยคะแนน 200 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 70 จงทดสอบว่า การสอน 2 วิธีทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่างกันหรือไม่

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมุติฐาน

ตั้งสมมุติฐานทางสถิติ : $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

ขั้นที่ 2 กำหนดระดับนัยสำคัญ

$$\alpha = .05$$

ขั้นที่ 3 เลือกสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐาน

เนื่องจาก t –test มี 2 สูตร ก่อนตัดสินใจเลือกใช้สูตรใดให้ทำการทดสอบ หาค่าความแปรปรวนของทั้งสองกลุ่มว่าเท่ากันหรือไม่เท่ากัน

การทดสอบ F-test

ตั้งสมมุติฐานทางสถิติ : $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

เมื่อพิจารณาจะพบว่าเป็นการทดสอบแบบสองทาง ($H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)

กำหนด $\alpha = .05$ เปิดหาค่าวิกฤติ ณ ตำแหน่ง $\alpha = \frac{.05}{2} = .025$ $df_1 = 9$ และ $df_2 = 9$ หรือ $F_{.025(9,9)}$

เปิดตารางหาค่าวิกฤตของ F ($F_{ตาราง}$) ได้ค่าเท่ากับ 4.03

จากสูตร $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{(190)^2}{(70)^2} = \frac{36100}{4900} = 7.37$

พบว่า $F_{คำนวณ} = 7.37 > F_{ตาราง} = 4.03$ ดังนั้น จึงปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_1

นั่นคือ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

จากผลการทดสอบจึงตัดสินใจเลือกใช้สถิติ t-test แบบ Separated variance ตามสูตร ดังนี้

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad : df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

ขั้นที่ 4 กำหนดขอบเขตวิกฤติ

ปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_1 เมื่อ $t_{คำนวณ} > t_{ตาราง}$

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

คำนวณหาค่า df

$$df = \frac{\left(\frac{36100}{10} + \frac{4900}{10}\right)^2}{\frac{\left(\frac{36100}{10}\right)^2}{9} + \frac{\left(\frac{36100}{10}\right)^2}{9}}$$

$$df = 11.39$$

เมื่อกำหนด $\alpha = .05$ และเป็นการทดสอบสมมุติฐานแบบสองทาง $(H_1: \mu_1 \neq \mu_2)$

เปิดตารางที่ df = 11 ณ $\alpha = .05/2 = .025$ ได้ค่าวิกฤต t ($t_{ตาราง}$) = 2.20

ขั้นที่ 5 คำนวณค่าสถิติตามสูตร

แทนค่าในสูตร

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^{\,2}}{n_1} + \frac{s_2^{\,2}}{n_2}}}$$

$$t = \frac{370 - 200}{\sqrt{\frac{(190)^2}{10} + \frac{(70)^2}{10}}} = \frac{170}{\sqrt{4100}}$$

$$= \frac{170}{64.03} = 2.66$$

ขั้นที่ 6 สรุปตัดสินใจ

เนื่องจาก $t_{\text{คำนวณ}} = 2.66 > t_{\text{ตาราง}} = 2.20$ ดังนั้น จึงปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_1 นั่นคือ วิธีการสอนทั้งสองวิธีให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ตัวอย่างการเขียนผลการทดสอบลงในตาราง

ตารางที่ 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบชุดฝึกและกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป

นักเรียน	N	$\bar{x}$	SD	t
ใช้แบบชุดฝึก	10	370	190	2.66*
ใช้บทเรียนสำเร็จรูป	10	200	70	

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 กรณีกลุ่มตัวอย่างมีความสัมพันธ์กัน

การเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน(ไม่อิสระจากกัน) เช่นในกรณีที่ทำการศึกษาที่มีลักษณะเป็นคู่กัน เช่น ฝาแฝด หรือคนกลุ่มเดียวแต่มีการทดสอบสองครั้ง เช่น ทดสอบก่อนการทดลองและทดสอบหลังการทดลอง โดยใช้ค่าแจกแจง t – test แบบ Dependent Samples ดังนี้

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}} \; ; \; \text{df} = \text{n-1}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้ในการพิจารณาใน t – distribution
	D	แทน	ความแตกต่างของคะแนนแต่ละคู่
	N	แทน	จำนวนคู่ของคะแนนหรือจำนวนนักเรียน

$\sum D$ แทน ผลรวมทั้งหมดของผลต่างของคะแนนก่อนและหลังการทดลอง

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของผลต่างของคะแนนก่อนและหลังการทดลอง

ตัวอย่างที่ 4 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ชุดการสอน โดยก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ทำการทดสอบความรู้ก่อนใช้ชุดฝึกและหลังการใช้ชุดฝึกโดยใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกัน ปรากฏผลดังตาราง จงทดสอบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังใช้ชุดการสอนสูงกว่าก่อนการใช้ชุดการสอนหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ .05

คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
ก่อนเรียน	20	18	20	15	8	3	10	15	18	19	รวม =146
หลังเรียน	30	25	28	30	20	19	20	25	28	29	รวม = 254
D	10	7	8	15	12	16	10	10	10	10	$\sum$D = 108
D^2	100	49	64	225	144	256	100	100	100	100	$\sum D^2$ = 1,238

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมุติฐาน

ตั้งสมมุติฐานทางสถิติ $H_0 : \mu_{post} = \mu_{pre}$

$H_1 : \mu_{post} > \mu_{pre}$

ขั้นที่ 2 กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$

ขั้นที่ 3 เลือกสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐาน

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}} \; ; \quad \text{df} = \text{n-1}$$

ขั้นที่ 4 กำหนดขอบเขตวิกฤติ

กำหนด $\alpha = .05$ และเป็นการทดสอบแบบทางเดียว ($H_1 : \mu_{post} > \mu_{pre}$)

ค่าวิกฤตของ t ณ df = 9 และ $\alpha = .05$ จะได้ค่าวิกฤตของ t ($t_{\text{ตาราง}}$) = 1.83

ขั้นที่ 5 คำนวณค่าสถิติตามสูตร

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}}$$

$$t = \frac{108}{\sqrt{\frac{10(1{,}238)-(108)^2}{10-1}}} = \frac{108}{\frac{\sqrt{12380-11664}}{9}}$$

$$t = \frac{108}{\sqrt{\frac{716}{9}}} = \frac{108}{\sqrt{79.56}} = \frac{108}{8.92}$$

$$t = 12.11$$

ขั้นที่ 6 สรุปตัดสินใจ

พิจารณา เมื่อ $t_{\text{คำนวณ}} > t_{\text{ตาราง}}$ จะปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

เมื่อ $t_{\text{คำนวณ}} < t_{\text{ตาราง}}$ จะยอมรับ H_0 ปฏิเสธ H_1

เนื่องจาก $t_{\text{คำนวณ}} = 12.11 > t_{\text{ตาราง}} = 1.83$ ดังนั้น จึงปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 นั่นคือ หลังใช้ชุดการสอนนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าก่อนการใช้ชุดการสอนได้อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ตัวอย่างการเขียนผลการทดสอบลงในตาราง

ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างก่อนใช้ชุดฝึกและหลังการใช้ชุดฝึก

นักเรียน	N	$\bar{x}$	ΣD	ΣD^2	t
ก่อนใช้ชุดฝึก	10	14.60	108	1,238	12.11*
หลังใช้ชุดฝึก	10	25.40			

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

แบบฝึกหัด

1.คุณครูประภาพรรณได้พัฒนาสื่อการเรียนการสอนชนิดหนึ่งเพื่อใช้แก้ปัญหาในผลสัมฤทธิ์ทางการรายวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านไม่ถึงเกณฑ์ที่โรงเรียนกำหนดกับนักเรียนชั้นประถมปีที่ 4 จำนวน 23 คน เมื่อนำมาใช้ทดลองสอนเสร็จได้ทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่มีจำนวนข้อ 50 ข้อ คะแนนผลการทดสอบของนักเรียนเป็นดังนี้

34	**24**	**35**	**42**	**45**	**23**	**35**	**34**	**42**	**26**
45	**43**	**47**	**29**	**36**	**38**	**31**	**30**	**34**	**26**
37	**38**	**31**							

คุณครูประภาพรรณต้องการทดสอบว่า นักเรียนมีผลทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์หรือไม่ โดยกำหนดเกณฑ์ คือ ร้อยละ 80 ของคะแนนเต็ม ด้วยความเชื่อมั่น 95 % จะดำเนินอย่างไรและผลการทดสอบเป็นอย่างไร

2.คุณครูสมศรีได้พัฒนาสื่อการเรียนการสอนชนิดหนึ่งในรายวิชาพลานามัย แล้วนำไปทดลองสอนกับนักเรียนชั้นประถมปีที่ 4 จำนวน 28 คนที่แบ่งเป็นชาย 18 คนและหญิง 16 คน หลังจากสอนเสร็จได้ทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่มีจำนวนข้อ 50 ข้อ คะแนนผลการทดสอบของนักเรียนเป็นดังนี้

ชาย	**24**	**3ภ**	**32**	**41**	**33**	**31**	**44**	**32**	**26**
33	**23**	**37**	**39**	**32**	**31**	**32**	**32**	**30**	
หญิง	**38**	**31**	**28**	**26**	**28**	**34**	**32**	**35**	**33**
35	**32**	**29**	**34**	**27**	**35**	**32**			

คุณสมศรีเกิดความสงสัยว่า สื่อที่สร้างขึ้นเหมาะกับนักเรียนเพศใดมากกว่ากันจึงทำการทดสอบด้วยความเชื่อมั่น 95 % อยากทราบว่าจะดำเนินอย่างไร และผลการทดสอบเป็นอย่างไร

3.คุณครูเกษมได้คิดค้นสูตรอาหารในการเลี้ยงหมูขึ้นมา 2 สูตร แล้วนำไปทดลองใช้กับลูกหมูที่คัดมาแล้วว่าไม่มีความแตกต่างกันในทุกด้าน ไม่ว่าจะเป็นอายุ น้ำหนัก หรือสายพันธ์ เป็นต้น ผลจากการใช้อาหารทั้ง 3 สูตรเลี้ยงได้ 3 เดือนปรากฏน้ำหนักของหมู ดังนี้

น้ำหนักหมู (Kg)ที่ใช้ อาหารหมู สูตรที่ 1	น้ำหนักหมู (Kg)ที่ใช้ อาหารหมู สูตรที่ 2
56	**34**
43	**33**
45	**35**
35	**31**
41	**32**
37	**34**
35	**35**
41	**41**
42	**43**
51	**36**

คุณครูเกษมอยากทราบว่า อาหารหมูทั้ง 2 ชนิดให้ผลต่อการเจริญเติบโตของหมูแตกต่างกันหรือไม่จึงทำการทดสอบด้วยความเชื่อมั่น 95 % จะดำเนินอย่างไร และผลการทดสอบเป็นอย่างไร

4. คุณครูเดชาได้คิดค้นวิธีสอนแบบนักเรียนมีส่วนร่วมขึ้น แล้วนำไปทดลองสอนกับนักเรียนกลุ่มหนึ่งที่สุ่มมาจำนวน 30 คน ก่อนสอนได้ทำการทดสอบก่อนเรียนและหลังสอนด้วยวิธีสอนแบบนักเรียนมีส่วนร่วมได้ทำการทดสอบหลังเรียน ปรากฏผลคะแนน ดังนี้

คะแนน ก่อนเรียน	4	5	6	3	5	5	6	5	4	5
	3	4	5	6	7	4	3	5	6	7
	5	4	6	4	5	4	6	4	5	7

คะแนน หลังเรียน	6	7	6	5	8	7	9	9	6	7
	5	6	5	6	7	6	5	7	8	5
	5	6	4	4	6	4	6	6	6	6

คุณครูเดชาอยากทราบว่า ผลการสอนด้วยวิธีสอนแบบนักเรียนมีส่วนร่วมให้ผลทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์แตกต่างกันหรือไม่ จึงทำการทดสอบด้วยความเชื่อมั่น 95 % จะดำเนินอย่างไร และผลการทดสอบเป็นอย่างไร