บทที่ 2
จลนศาสตร์ (Kinematic)

จลนศาสตร์ เป็นแขนงวิชาหนึ่งของกลศาสตร์ ซึ่งศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยไม่คำนึงถึงสาเหตุที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่

ปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่

ระยะทางและการกระจัด

ระยะทาง (Distance) คือระยะจากจุดเริ่มต้นถึงจุดสุดท้ายของการเคลื่อนที่ของวัตถุ เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็นเมตร (m)

การกระจัด (Displacement) คือ ระยะทางที่สั้นที่สุดระหว่างจุดเริ่มต้นกับจุดสิ้นสุดของการเคลื่อนที่วัตถุ เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็น (m)

อัตราเร็วและความเร็ว

อัตราเร็ว (Speed) อัตราส่วนระหว่างระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ต่อเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ เป็นปริมาณ สเกลาร์ มีหน่วยเป็น (m/s)

ความเร็ว (Velocity) อัตราส่วนระหว่างระยะกระจัดที่วัตถุเคลื่อนที่ไปได้ต่อเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่

ความเร็วเฉลี่ย (average velocity, v_{av})

$$v_{av} = \frac{\text{การกระจัดทั้งหมดที่วัตถุเคลื่อนที่ได้}}{\text{ช่วงเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการเคลื่อนที่}}$$

$$v_{av} = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1}$$

องค์ประกอบของเวกเตอร์ความเร็ว

ถ้า r แทนตำแหน่งการเคลื่อนที่ของวัตถุ สามารถเขียนการกระจัดของวัตถุดังกล่าวในรูปของเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$r = r_x i + r_y j + r_z k$$

สามารถหาความเร็วของวัตถุได้ดังนี้

$$\frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}(r_x i) + \frac{d}{dt}(r_y j) + \frac{d}{dt}(r_z k)$$

$$v = v_x i + v_y j + v_z k$$

และสามารถหาขนาดของความเร็วได้จากสมการ

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

ความเร่ง (acceleration, a) คือ การเปลี่ยนความเร็วของวัตถุเทียบกับเวลา

ความเร่งเฉลี่ย (average acceleration, a_{av}**)**

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

ความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{d}{dt}(v_x i + v_y j + v_z k)$$

$$a = \frac{dv_x}{dt} i + \frac{dv_y}{dt} j + \frac{dv_z}{dt} k$$

ตัวอย่าง 2.1 ลูกปัดเคลื่อนที่ไถลตามรางดังสมการ

$$r = (2t^3 - 15t^2 + 24t)i$$

จงหา

ก. ความเร็วของลูกปัดที่วินาทีที่ 0 และ 6

ข. ความเร่งของลูกปัดที่วินาทีที่ 0 และ 6

ค. เวลาและตำแหน่งเมื่อลูกปัดอยู่นิ่ง

ตัวอย่าง 2.2 เรือเฟอรี่เดินทางจากชายฝั่งไปยังเกาะ ช้าง ด้วยความเร็ว 7.4 m/s ไปตามทิศ +x

1. ถ้าเรือเฟอรี่แล่นช้าลงและจอดภายในเวลา 12.3 วินาที ความเร่งเฉลี่ยของเรือเฟอรี่เป็นเท่าใด
2. ถ้าเรือเฟอรี่แล่นกลับเข้าฝั่งด้วยความเร็ว 7.4 m/s จากนั้นจอดในเวลา 13.1 วินาที ความเร่งเฉลี่ยของการเคลื่อนเป็นเท่าใด

การเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติ ด้วยความเร่งคงที่

เป็นการเคลื่อนที่ของอนุภาคหรือวัตถุที่เคลื่อนที่ไปด้วยความเร่งคงที่ทั้งขนาดและทิศทางในแนวแกน x หรือแกน y

สมการที่ใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติมีดังนี้

$$v = u + at$$

$$s = \frac{(u + v)}{2} t$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

ตัวอย่าง 2.3 รถจักรยานยนต์คันหนึ่งวิ่งด้วยความเร็ว 50 m/s แล้วลดความเร็วลงเหลือ 35 m/s ในช่วงวิ่ง 250 m/s จงหา

1. ขนาดและทิศทางของความเร่ง
2. ช่วงเวลาที่เสียไปในช่วงวิ่ง 250 m

การเคลื่อนที่ในแนวดิ่งภายใต้แรงดึงดูดของโลก

จัดเป็นการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ ที่พบในชีวิตประจำวันบ่อยครั้งที่สุด โดยเป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลกหรือแรงดึงดูดของโลก (g) มีค่าเท่ากับ 9.8 m/s^2 สมการที่ใช้ในการคำนวณมีดังนี้

$$s_y = u_y t + \frac{1}{2}gt^2$$

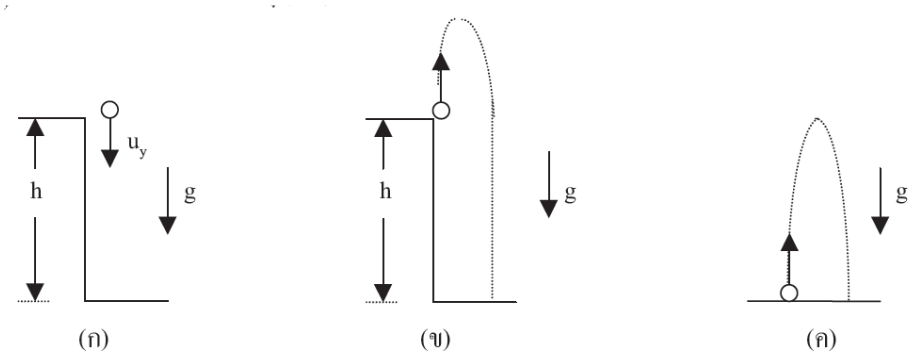
$$v_y^2 = u_y^2 + 2gs_y$$

$$v_y = u_y + gt$$

เนื่องจากปริมาณทั้งหมดที่กล่าวมาเป็นปริมาณเวกเตอร์ จึงต้องพิจารณาทิศทางของปริมาณนั้นดังนี้

กำหนดให้ เวกเตอร์ที่มีทิศเดียวกับความเร็วต้น (u) ให้มีเครื่องหมายเป็น บวก (+)

เวกเตอร์ที่มีทิศตรงข้ามกับความเร็วต้น (u) ให้มีเครื่องหมายเป็น ลบ (-)



รูปที่ 2.1 แสดงการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งภายใต้แรงดึงดูดของโลก

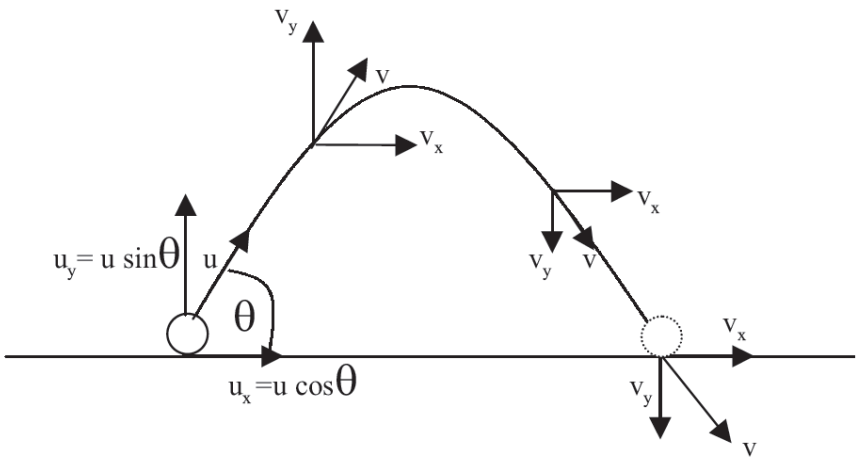
ตัวอย่างที่ 2.4 ถ้าโยนลูกบิลเลียดขึ้นไปในแนวดิ่งด้วยความเร็วต้น 80 m/s จงหาว่า

1. ลูกบิลเลียดจะอยู่ในอากาศนานเท่าใด จึงจะกลับมาอยู่ในระดับเดิม
2. ลูกบิลเลียดถูกโยนขึ้นไปสูงสุดเท่าใด
3. ที่เวลา 2 วินาทีลูกบิลเลียดจะมีความเร็วเท่าใด

การเคลื่อนที่ในสองมิติ

การเคลื่อนที่แบบโปรเจคไทล์ (projectile motion)

เป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุ ภายใต้สนามใดๆ เช่น สนามโน้มถ่วงของโลก โดยจะทำให้วัตถุมีเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งพาราโบลา ตัวอย่างการเคลื่อนที่ได้แก่ การเคลื่อนที่ของลูกฟุตบอล ลูกกอล์ฟ การเคลื่อนที่ของก้อนหินที่ถูกขว้างออกไป เป็นต้น



รูปที่ 2.2 แสดงการเคลื่อนที่แบบโปรเจคไทล์

การเคลื่อนที่แบบโปรเจคไทล์เป็นการเคลื่อนที่ขององค์ประกอบของการเคลื่อนที่ 2 แนว ที่อิสระต่อกัน ซึ่งประกอบด้วย

1. องค์ประกอบของการเคลื่อนที่ในแนวแกน x หรือแนวราบ (เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว)
2. องค์ประกอบของการเคลื่อนที่ในแนวแกน y หรือแนวดิ่ง (เคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว)

ดังนั้นสมการที่ใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่

<u>แนวราบ</u> ความเร็วในแนวราบมีค่าคงที่ (a_x=0) สามารถหาจะได้

$$s_x = u_x t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

แทนค่า (a=0) จะได้

$$s_x = u_x t$$

<u>แนวดิ่ง</u> ความเร่งในแนวดิ่งคือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก $(a_y = g)$

$$s_y = u_y t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_y^2 = u_y^2 + 2 g s_y$$

$$v_y = u_y + g t$$

ตัวอย่างที่ 2.5 ระเบิดลูกหนึ่งเกิดการระเบิดออกเป็นเสี่ยงๆ ขณะที่อยู่ใกล้พื้นดินมาก ด้วยอัตราเร็วเท่ากันทุกทิศทางเท่ากับ 19.6 m/s^2 ชิ้นส่วนที่ระเบิดนี้จะขึ้นไปสูงสุดเท่าใด

การเคลื่อนที่แบบวงกลม

เป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งมีการเคลื่อนที่เป็นวงกลมโดยมีวงโคจรทับแนวเดิมตลอดเวลา ทำให้มีอัตราเร็วคงที่ และมีความเร่งสู่ศูนย์กลาง (F_c) เสมอ

สมการที่ใช้ในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่าง ความเร่งสู่ศูนย์กลาง(a_c) ความเร็วเชิงเส้น(v) รัศมีการเคลื่อนที่(R) และคาบ(T) สามารถหาได้จาก

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

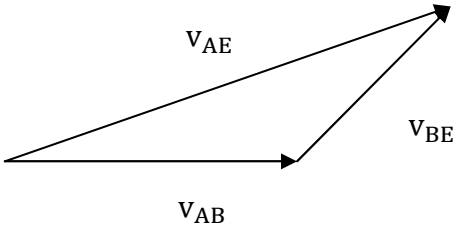
$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

ตัวอย่างที่ 2.6 รถคันหนึ่งเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยความเร็วคงที่ 20 m/s มีรัศมีความโค้ง 100 m ความเร่งจะเป็นเท่าไร

ตัวอย่างที่ 2.7 รถโดยสารเคลื่อนที่เป็นวงกลม รัศมี 5 m เคลื่อนที่หนึ่งรอบ ใช้เวลา 4 s ความเร่งจะเป็นเท่าไร

ความเร็วสัมพัทธ์

เป็นการพิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ในกรอบที่กำลังเคลื่อนที่



รูปที่ 2.4 การพิจารณาการเคลื่อนที่ของความเร็วสัมพัทธ์

$$v_{AE} = v_{AB} + v_{BE}$$

v_{AE} ความเร็วของวัตถุ A เทียบกับโลก

v_{AB} ความเร็วของวัตถุ A เทียบกับวัตถุ B

v_{BE} ความเร็วของวัตถุ B เทียบกับโลก

ตัวอย่างที่ 2.8 รถยนต์เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 40 m/s บนโบกี้รถไฟที่กำลังเคลื่อนที่บนรางด้วยความเร็ว 60 m/s ในทิศเดียวกับการเคลื่อนที่ของโบกี้ อยากทราบว่าผู้สังเกตที่อยู่บนชานชะลาจะมองเห็นรถยนต์เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าไร

ตัวอย่างที่ 2.9 นายแดง หนึ่งเดินบนรถไฟจากส่วนหัวไปยังส่วนท้ายของรถไฟด้วยความเร็ว 10 m/s โดยรถไฟเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 60 m/s ถามว่า คนที่อยู่บนชานชลาจะเห็นนายแดงเคลื่อนที่อย่างไร

แบบฝึกหัดประจำบท

1 ตำแหน่งของอนุภาคหนึ่ง เขียนได้เป็น $x = t^2 - 5t + 1$ เมื่อ t เป็นเวลาในหน่วยวินาที จงหา

1.1 การกระจัดและความเร็วเฉลี่ยที่เวลา t = 3 ถึง t = 4 วินาที

1.2 ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง ณ เวลา t ใดๆ

2 วัตถุอันหนึ่งเริ่มเคลื่อนที่จากหยุดนิ่งด้วยความเร่ง 4 m/s^2 นาน 10 s จึงแล่นด้วยความเร็วคงที่เป็นเวลา 20 s ต่อจากนั้นจึงลดความเร็วลงด้วยอัตราหน่วง 5 m/s^2 จนหยุด จงหา

2.1 ระยะทางทั้งหมด

2.2 เวลาที่ใช้ทั้งหมดที่วัตถุนั้นแล่นไปได้

3 ขว้างวัตถุขึ้นไปในแนวดิ่ง เมื่อขึ้นไปสูง 5 m วัตถุมีความเร็ว $7\sqrt{2}$ m/s จงหา

3.1 ความเร็วต้น

3.2 วัตถุขึ้นไปได้สูงสุดเท่าใด

3.3 วัตถุอยู่ในอากาศนานเท่าใด

3.4 เมื่อขว้างไปแล้ว 2 นาที วัตถุอยู่ตำแหน่งใดและด้วยความเร็วเท่าใด

3.5 ที่ความสูง 8.4 m วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงด้วยความเร็วเท่าใด

4 ดวงจันทร์หมุนรอบโลกครบรอบใช้เวลา 27.3 วัน สมมุติให้วงโคจรเป็นวงกลมรัศมีความโค้ง 3.8×10^8 m จงคำนวณหาขนาดความเร่งของดวงจันทร์เข้าสู่โลก

5 เครื่องบินบินไปทางทิศเหนือ เข็มชี้ความเร็วอยู่ที่ 240 m/s ลมพัดด้วยความเร็ว100 m/s^2 ไปทางทิศตะวันออก ความเร็วของเครื่องบินสัมพัทธ์กับโลกมีค่าเป็นเท่าใด

6 เด็กคนหนึ่งเตะลูกบอลจากพื้นด้วยความเร็ว 18 m/s ทำมุม 53.1 องศา กับแนวนอนจงหา

6.1 เวลาในอากาศ

6.2 ความสูงของลูกบอล

6.3 ระยะทางในแนวนอนที่ลูกบอลตก

7 ปืนใหญ่ทำมุม 45 องศากับแนวนอน ยิงลูกปืนด้วยอัตราเร็ว 300 m/s จงหา

7.1 ลูกปืนขึ้นสูงสุดเท่าใด

7.2 ลูกปืนอยู่ในอากาศนานเท่าใด

7.3 พิสัยการเคลื่อนที่เท่ากับเท่าใด