

บทที่ 6

กลศาสตร์ของไหล

ของไหล คือ สสารที่สามารถเปลี่ยนรูปร่างไปตามภาชนะ หรือบริเวณ ของไหลจึงหมายถึง ของเหลวหรือก๊าซ

ความหนาแน่นและความดัน

ความหนาแน่น คือ มวลต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ในระบบ SI ความหนาแน่นมีหน่วยเป็นกิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร (kg/m^3) และบางครั้งจะใช้กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร (g/cm^3)

สาร	อุณหภูมิ (°C)	ความหนาแน่น (kg/m^3)
อากาศที่ความดัน 1 บรรยากาศ	0	1.29
อากาศที่ความดัน 1 บรรยากาศ	20	1.20
ก๊าซฮีเลียมที่ความดัน 1 บรรยากาศ	0	0.179
น้ำ	4	1.00×10^3
น้ำ	20	0.998×10^3
น้ำทะเล	20	1.025×10^3
ปรอท	0	13.6×10^3
อลูมิเนียม	20	2.70×10^3
ทองเหลือง	20	8.7×10^3
ทองแดง	20	8.89×10^3
เหล็ก	20	7.86×10^3
ตะกั่ว	20	11.3×10^3

ความถ่วงจำเพาะ (Specific gravity) หรือ ความหนาแน่นสัมพัทธ์ (relative density) ของสารใด คืออัตราส่วนระหว่างความหนาแน่นของสารนั้นต่อความหนาแน่นของน้ำ ดังนั้น ความถ่วงจำเพาะจึงไม่มีหน่วย

ตัวอย่างที่ 6.1 ทองเหลืองทรงลูกบาศก์แท่งหนึ่ง มีความยาวของแต่ละด้านเท่ากับ 10.00 cm จงหา

(ก) มวลของทองเหลือง

(ข) ขนาดของน้ำแข็งทรงลูกบาศก์ที่มีมวลเท่ากับทองเหลืองแท่งดังกล่าว

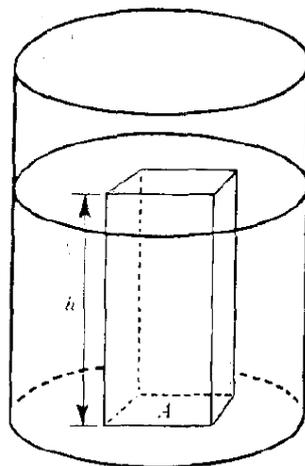
ความดัน (pressure) นิยามว่า แรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่

$$P = \frac{F}{A}$$

ดังนั้นความดันจึงมีหน่วยเป็น นิวตันต่อตารางเมตร ($\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$)

ความดันบรรยากาศ มีค่าเท่ากับ $1.01325 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ หรือ 760 มิลลิเมตรปรอท

ความดันเนื่องจากของไหล สามารถพิจารณาได้จากรูปต่อไปนี้



$$P_G = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{Ah\rho g}{A} = \rho gh$$

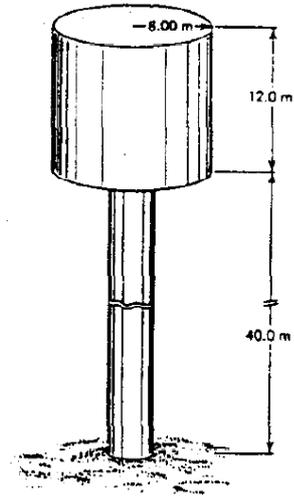
จะเห็นได้ว่า ความดันขึ้นกับความลึกหรือความสูง (h) และขึ้นกับชนิดของของไหล (ρ)

ความดันสมบูรณ์ (absolute pressure) คือ ความดันของของเหลวที่จุดใดๆ ที่รวมกับกับความดันบรรยากาศ

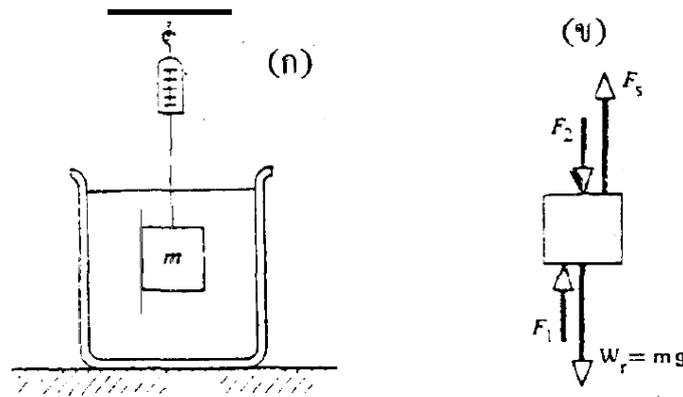
$$P = P_G + P_a$$

ตัวอย่างที่ 6.2 แท็งก์น้ำหมู่บ้านจัดสรรแห่งหนึ่งเป็นรูปทรงกระบอกมีรัศมี 8.0 เมตร ความสูง 12.0 เมตร ได้นำเต็มแท็งก์ และตั้งสูงจากพื้นดิน 40 เมตร ดังรูปจงหา

- ก. แรงทั้งหมดที่ก้นแท็งก์
- ข. แรงทั้งหมดที่ดันข้างแท็งก์
- ค. ความดันที่ก้นแท็งก์
- ง. ความดันที่ระดับพื้นดิน



หลักของอาร์คิมิดีส (Archimedes Principle) กล่าวว่า เมื่อส่วนหนึ่งส่วนของวัตถุหรือวัตถุทั้งก้อนจมน้ำในของเหลว จะมีแรงลอยตัวกระทำต่อวัตถุนั้นเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่



$$B = \rho_{\text{เหลว}} V_{\text{วัตถุส่วนที่จมน้ำ}} g$$

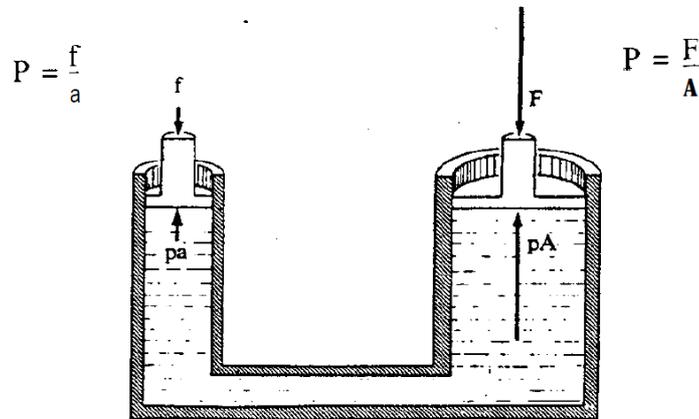
พิจารณาวัตถุลอยอยู่ในของเหลว แรงเนื่องจากความโน้มถ่วงกระทำต่อวัตถุ เท่ากับ $F = mg$ แรงพยุงที่กระทำต่อวัตถุเท่ากับ $B = \rho Vg$ บ ดังนั้นแรงลัพธ์มีค่าเท่ากับ

$$\Sigma F = F - B = mg - \rho Vg$$

หากว่าน้ำหนักที่กระทำต่อวัตถุมีค่ามากกว่าแรงพยุง จะทำให้วัตถุจมน้ำในของเหลวนั้น หรือหากว่าแรงพยุงมีค่ามากกว่าน้ำหนัก จะทำให้วัตถุลอยขึ้นบนผิวน้ำ

ตัวอย่างที่ 6.3 ลูกลอยทรงกลมที่ใช้ในเครื่องสุญญากาศ มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 12 cm ขณะที่ลอยอยู่มีปริมาตรส่วนที่จมน้ำเพียงครึ่งหนึ่งของทรงกลม จงหาน้ำหนักของลูกลอย ถ้ามีน้ำรั่วเข้าไปภายใน น้ำจะรั่วเข้าไปเท่าใดจึงจะทำให้ลูกลอยจมน้ำพอดี ให้ความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ 10^3 kg.m^{-3}

หลักของปาสคาล (Pascal's principles) กล่าวว่า ถ้าให้ความดันแก่ของเหลวที่อยู่ในภาชนะปิดใดๆ ความดันนั้นจะส่งไปทั่วทุกๆ ส่วนของของเหลวนั้น และที่ผนังของภาชนะซึ่งบรรจุของเหลวนั้นด้วยขนาดเท่ากันตลอด



พิจารณาความดันที่ลูกสูบเล็ก

$$p = \frac{f}{a}$$

พิจารณาความดันที่ลูกสูบใหญ่

$$P = \frac{F}{A}$$

จากหลักของปาสคาลจะได้

$$P = p$$

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a}$$

ตัวอย่างที่ 6.4 เครื่องอัดไฮดรอลิกเครื่องหนึ่ง กำหนดให้ลูกสูบเล็กมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 1 cm ออกแรงกดขนาด 50 N ทำให้ลูกสูบเล็กเคลื่อนที่ลง 7 cm ถ้าลูกสูบใหญ่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 cm จงคำนวณหา

- ก. แรงดันบนลูกสูบใหญ่
- ข. ความดันบนลูกสูบใหญ่
- ค. ถ้าต้องการให้ลูกสูบใหญ่เคลื่อนที่ขึ้นสูง 10 cm จะต้องออกแรงกดที่ลูกสูบเล็กกี่ครั้ง

ความตึงผิว

แรงเชื่อมแน่นและแรงยึดติด ขณะที่โมเลกุลของของเหลวอยู่ติดกันจะมีแรง 2 แรงกระทำคือ

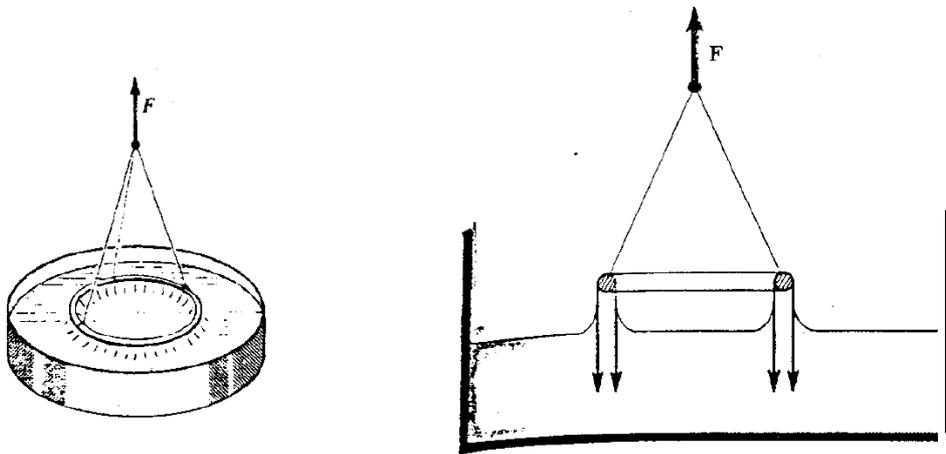
1. แรงเชื่อมแน่น คือแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของสารเดียวกัน เช่นโมเลกุลของน้ำกับโมเลกุลของน้ำ เป็นต้น
2. แรงยึดติด คือแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของสารต่างชนิดกัน เช่นโมเลกุลของกาวกับโมเลกุลของไม้ โมเลกุลของน้ำกับโมเลกุลของแก้ว เป็นต้น

ความตึงผิว เป็นปรากฏการณ์ที่วัตถุซึ่งมีความหนาแน่นมากกว่าของเหลวแต่สามารถลอยอยู่บนเนื้อของเหลวได้ โดยเป็นผลมาจากแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของของเหลวช่วยยึดให้โมเลกุลอยู่ใกล้กัน

ถ้าให้ γ (แกมมา) คือความตึงผิว ซึ่งมีหน่วยเป็นนิวตันต่อเมตร ($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$) จึงนิยามว่า ความตึงผิวคืออัตราส่วนของแรงที่กระทำไปตามผิวของของเหลวต่อความยาวของผิวที่ถูกกระทำ ความยาวนี้ต้องตั้งฉากกับแรงด้วย เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\gamma = \frac{E}{l}$$

ตัวอย่างที่ 6.5 ในการหาความตึงผิวของน้ำมันดิบ โดยแขวนลวดวงแหวนผูกห้อยเป็นเสาแหกดังรูปข้างล่างนี้ ลวดมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 มิลลิเมตร เมื่อวงแหวนแตะน้ำมันแล้วปรากฏว่าต้องใช้แรง 8.62×10^{-3} N ดึงขึ้นจากผิวน้ำมัน จงหาความตึงผิวของน้ำมันดิบ

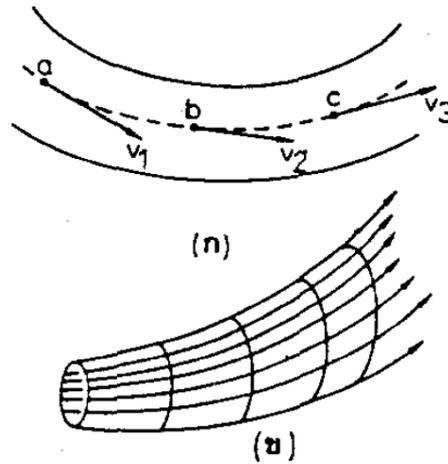


พลศาสตร์ของไหล

เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุผ่านของไหลหรือการเคลื่อนที่ของของไหลผ่านวัตถุ โดยในกรณีนี้ทำการศึกษาของไหลแบบอุดมคติ (Ideal fluid) โดยมีเงื่อนไขดังนี้

1. ไม่มีแรงเสียดทานภายในระหว่างชั้นของของไหล หรือไม่มีความหนืด
2. ความหนาแน่นของของไหล ณ จุดต่างๆ มีค่าคงตัว
3. การไหลของของไหลเป็นการไหลแบบคงตัว
4. การไหลต้องเป็นการไหลแบบไม่หมุน

สายกระแส (stream line) คือเส้นโค้งซึ่งสัมผัส ณ จุดใดๆ ของเส้นโค้ง จะอยู่ในทิศของความเร็วของการไหล



สมการแห่งการต่อเนื่อง (equation of continuity) พิจารณาการไหลของของไหลจากพื้นที่หน้าตัด A_1 ด้วยความเร็ว v_1 และไหลออกผ่านพื้นที่หน้าตัด A_2 ด้วยความเร็ว v_2 จะได้สมการแห่งการต่อเนื่องดังนี้

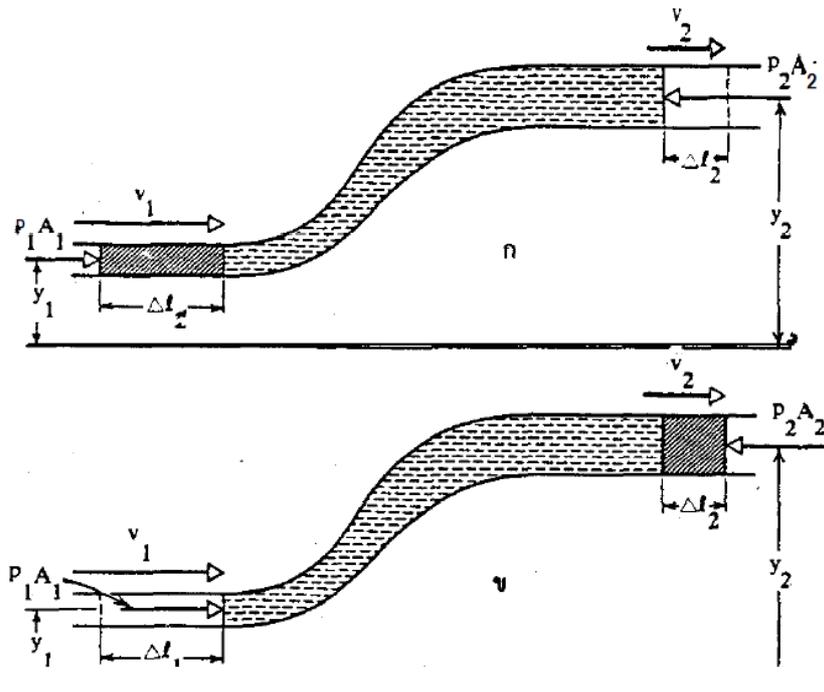
$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

เรียกสมการนี้ว่า สมการแห่งการต่อเนื่อง และ เรียกผลคูณของ Av ว่าอัตราการไหล ซึ่งมีค่าคงตัว

ตัวอย่างที่ 6.6 ความเร็วของน้ำในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 mm เท่ากับ 1.5 m/s ท่อนี้ต่อกับท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 mm สมมติว่าน้ำไหลเต็มทั้งสองท่อจงหา

- ก. อัตราการไหล
- ข. ความเร็วของท่อน้ำในท่อที่สอง

สมการของแบร์นูลลี (Bernoulli's Equation) เป็นสมการที่หาได้จากทฤษฎีบทของงานและพลังงาน นั่นคือผลรวมของความดันและความหนาแน่นพลังงาน (พลังงานจลน์ + พลังงานศักย์) ของของไหลผ่านท่อ มีค่าคงตัวเสมอ



$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

จะเห็นได้ว่า

$$P + \rho g y + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{ค่าคงที่}$$

ตัวอย่างที่ 6.7 จากรูป ถ้ามีน้ำไหลในท่อด้วยอัตราเร็ว 8 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที เส้นผ่านศูนย์กลางกลางของท่อล่างและท่อบนมีขนาด 15 และ 30 เซนติเมตรตามลำดับ ท่อบนสูงกว่าท่อล่าง 60 เซนติเมตร ถ้าท่อบนมีความดัน 10^5 นิวตันต่อตารางเมตร จงหาความดันที่ท่อล่าง

ความหนืด (Viscosity) คือค่าความเสียดทานภายในของของไหลซึ่งความเสียดทานระหว่างโมเลกุลของของไหลไป หรือระหว่างวัตถุอื่นกับของไหลขณะเคลื่อนที่ไปในของไหลนั้น

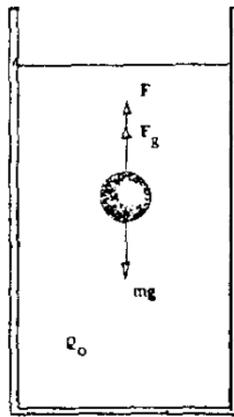
สัมประสิทธิ์แห่งความหนืดของของไหล (coefficient of viscosity) เรียกสั้นๆ ว่า ความหนืด η (eta) มีนิยามว่า อัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือนต่ออัตราการเปลี่ยนของความเครียดเฉือน

$$\eta = \frac{F/A}{v/l}$$

หน่วยของความหนืด คือ นิวตัน-วินาทีต่อตารางเมตร หรือ ปัวส์ (poise)

กฎของสโตกส์ (Stoke's Law) เมื่อวัตถุทรงกลมตันเคลื่อนที่ในของไหลที่มีความหนืดแรงต้านเนื่องจากความหนืด กระทำต่อวัตถุทรงกลมนั้นเป็นปรากฏการณ์โดยตรงกับอัตราเร็ว ของทรงกลมเทียบกับการไหล สโตกส์ ได้พิสูจน์และตั้งเป็นกฎเรียกว่า กฎของสโตก นั่นคือ

$$F = 6\pi\eta r v$$



พิจารณาทรงกลมที่ถูกปล่อยด้วยความเร็วต้นเป็นศูนย์ ทรงกลมจะเคลื่อนด้วยความเร่งและมีความเร็วเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ในขณะที่เดียวกันแรงต้านเพิ่มขึ้น จนในที่สุดแรงลัพธ์ที่กระทำต่อทรงกลมเป็นศูนย์ ทรงกลมจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ ความเร็วคงที่นี้เรียกว่า ความเร็วสุดท้าย V_T (terminal velocity)

ความเร็วคงที่นี้แสดงว่าทรงกลมสมดุล เพราะฉะนั้น

$$\text{แรงต้าน} + \text{แรงพยุง} - \text{น้ำหนักของทรงกลม} = 0$$

$$6\pi\eta r v_T + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 0$$

$$v_T = \frac{2r^2}{9\eta} (\rho - \rho')$$

เมื่อ ρ แทนความหนาแน่นของลูกทรงกลม

ρ' แทนความหนาแน่นของของไหล

$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$ แทนน้ำหนักของลูกทรงกลม

$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g$ แทนแรงลอยตัว

ตัวอย่างที่ 6.8 จงหาความเร็วสุดท้ายของทรงกลมเหล็กรัศมี 2.0 mm ในกลีเซอริน ทำให้ความหนาแน่นของเหล็กเท่ากับ $7.9 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ของกลีเซอริน เท่ากับ $1.3 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ และความหนืดของกลีเซอริน เท่ากับ 0.833 N.s.m^{-2}

แบบฝึกหัด

1. ลูกสูบของแม่แรงไฮดรอลิก มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 cm จงหาความกดดันเป็นนิวตันต่อตารางเมตรเพื่อใช้ยกรถยนต์มวล 2,000 kg
2. ก๊าซของเหลวมวล 0.5 kg มีความหนาแน่น $8.0 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ แขนงด้วยเชือกและหย่อนลงไปใต้น้ำจนท่วมกล่องทั้งหมด จงหาความตึงของเส้นเชือก
3. ลูกสูบของแม่แรงไฮดรอลิกมีรัศมี 5 cm และ 30 cm
 - ก. จะต้องออกแรงที่ลูกสูบเล็กเท่าใด จึงจะได้แรงที่ลูกสูบใหญ่ 5,000 N
 - ข. ความดันที่ลูกสูบใหญ่เท่ากับเท่าใด
 - ค. ความดันที่ลูกสูบเล็กเท่ากับเท่าใด
4. อัตราการไหลของน้ำในสายกระแสเท่ากับ 5 m/s ผ่านท่อช่วงแรกซึ่งมีพื้นที่หน้าตัด 480 mm^2 จากนั้นท่อลดระดับลงมา 10 m และมีพื้นที่หน้าตัด 960 mm^2 ถ้าให้ความกดดันในท่อช่วงแรกเท่ากับ 180 kPa จงหาอัตราเร็วของของไหลและความกดดันในท่อช่วงที่สอง
5. วงลวดเล็กเส้นรอบวงยาว 160 mm หย่อนให้ตะแกลกอลฮอลล์ ปรากฏว่าต้องออกแรงดึง (อันเนื่องมาจากแรงตึงผิว) $7.72 \times 10^{-3} \text{ N}$ จึงจะดึงวงลวดออกจากของเหลวได้ จงหาความตึงผิวของแอลกอฮอล์
6. ท่อนไม้ลอยในน้ำที่มีความหนาแน่น 1000 kg/m^3 พบว่ามีส่วนลอยน้ำ 1 ส่วน และจมน้ำ 4 ส่วน โดยปริมาตร ความหนาแน่นของท่อนไม้นั้นเท่าใด