บทที่ 4
กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

จากที่ได้ศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุในบทที่แล้ว ซึ่งไม่ได้พิจารณาถึงสาเหตุที่ทำให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่ ซึ่งในที่นี้ก็คือ แรง เมื่อมีแรงมากระทำกับวัตถุ จะทำให้วัตถุสามารถเคลื่อนที่ เซอร์ ไอแซค นิวตัน (Sir Isaac Newton, 1642-1727) นักวิทยาศาสตร์ผู้มีชื่อเสียงชาวอังกฤษได้ตีพิมพ์ผลงานในปี ค.ศ. 1686 ชื่อ Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (ภาษาอังกฤษ The Mathematical Principles of Natural Science) แม้ว่าก่อนหน้านี้เคยมีการศึกษามาก่อนก็ตาม โดยเฉพาะกาลิเลโอ (Galileo Galilei, 1564-1642) ได้ทำการศึกษาลักษณะการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบมีความเร่ง ผลการศึกษาได้กลายมาเป็นรากฐานสำคัญของกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

4.1 แรง (Forces)

กิจกรรมที่เราทำในแต่ละวันจะต้องมีความเกี่ยวข้องกับแรงเสมอ เช่น การกด การผลักหรือการลากวัตถุ โดยแรงที่ใช้กระทำต่อวัตถุเหล่านั้นทำให้วัตถุเคลื่อนที่ได้ แต่แรงไม่ได้เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่เสมอไป เช่นในขณะที่นั่งทำกิจกรรมใดๆ จะมีแรงโน้มถ่วงกระทำกับเราตลอดเวลา โดยที่เราไม่ได้เคลื่อนที่ไปไหน หรือการออกแรงผลักก้อนหินที่มีขนาดใหญ่ ก้อนหินดังกล่าวอาจไม่เคลื่อนที่เป็นต้น

นิวตันเสนอว่าการเปลี่ยนแปลงสภาวะในการเคลื่อนที่ของวัตถุมีสาเหตุมาจากแรง โดยทั่วไปสามารถสรุปคุณสมบัติของแรงได้ดังนี้

1) แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ นั่นคือ การผลักหรือการฉุดวัตถุจะมีทั้งขนาดและทิศทางของแรง

2) แรงจะปรากฏในลักษณะที่เป็นคู่ กล่าวคือถ้าวัตถุ A ออกแรงกระทำกับวัตถุ B ในทางกลับการวัตถุ B ก็จะออกแรงกระทำโต้ตอบต่อวัตถุ A ด้วย

3) แรงเป็นต้นเหตุที่ทำให้ความเร็วของวัตถุเปลี่ยนไป คือทำให้วัตถุมีความเร่ง

4) แรงสามารถทำให้วัตถุเปลี่ยนภาพร่างได้

4.2 กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's law of motion)

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่จะมีแรงภายนอก (External force) มากระทำเสมอ เช่นการออกแรงผลักกล่องใบหนึ่งซึ่งวางไว้บนโต๊ะ ถ้าแรงที่ผลักมีขนาดมากกว่าแรงเสียดทานระหว่างกล่องกับพื้นโต๊ะ กล่องจะเคลื่อนที่ไปได้ระยะหนึ่งแล้วจึงหยุด เมื่อทำให้พื้นโต๊ะลื่นขึ้นโดยทาด้วยน้ำมันแล้วผลักด้วยแรงขนาดเท่าเดิมพบว่า ระยะที่กล่องเคลื่อนที่ได้จะมากกว่าครั้งแรก ถ้าสามารถทำให้ผิวสัมผัสระหว่างกล่องกับพื้นโต๊ะไม่มีแรงเสียดทานแล้ว กล่องจะเคลื่อนที่ตลอดไปในทิศของแรงผลักจนกว่าจะชนกับผนัง เราเรียกแรงที่ใช้ผลักกล่องให้เคลื่อนที่ว่า " แรงภายนอก" ซึ่งเป็นแรงจากที่อื่นหรือจากวัตถุอื่นมากระทำต่อวัตถุที่กำลังพิจารณา

พิจารณาวัตถุ 2 ชนิด ซึ่งมีขนาดเท่ากันทุกประการ เช่น วัตถุอันแรกทำจากเหล็กส่วนอีกอันหนึ่งทำจากไม้ เมื่อออกแรงผลักหรือยกวัตถุทั้งสองจะรู้สึกว่าวัตถุที่ทำจากเหล็กต้องใช้แรงมากกว่า แสดงว่าในขณะที่เราออกแรงกระทำวัตถุจะต่อต้านการเปลี่ยนแปลงเรียกว่า “สภาพการต้านทานหรือต่อต้านการเปลี่ยนสภาวะการเคลื่อนที่” ของวัตถุ หรือเรียกว่า “ความเฉื่อย” (Inertia) ของวัตถุ ถ้าออกแรงกระทำต่อวัตถุทั้งสองด้วยแรงขนาดเท่ากันพบว่าวัตถุที่มีมวลมากจะมีความเร่งน้อย ดังนั้นมวลของวัตถุสามารถใช้บอกปริมาณของความเฉื่อยได้

เมื่อวัตถุชนกันจะทำให้ความเร็วของมันมีการเปลี่ยนแปลง ในปี ค.ศ. 1668 จอห์น วิลลิส (John Willis) คริสโตเฟอร์ เวรน (Christopher Wren) และ คริสเตียน ฮอยเกนส์ (Christian Huygens) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ดังกล่าวเพื่อเสนอต่อราชสมาคมแห่งลอนดอน (Royal society of London) จากผลงานการศึกษาของทั้งสาม นิวตันสรุปไว้ว่า “เมื่อวัตถุอิสระสองก้อนชนกัน อัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงความเร็วของวัตถุทั้งสองก่อนและหลังชนในแนวเส้นผ่านจุดศูนย์กลางจะมีค่าคงที่” สามารถเขียนสมการได้

$$\frac{v_1' - v_1}{v_2' - v_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} = -k_{12} \tag{4.1}$$

เมื่อ k_{12} เป็นค่าคงที่ เครื่องหมายลบแสดงว่า Δv_1 และ Δv_2 มีทิศทางตรงข้ามกันและเมื่อ m_1 และ m_2 เป็นมวลของวัตถุทั้งสองก้อนจะได้

$$k_{12} = \frac{m_2}{m_1} \tag{4.2}$$

หรือ

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} = -\frac{m_2}{m_1} \tag{4.3}$$

สรุปได้ว่า “ระหว่างการชนของอนุภาคอิสระ การเปลี่ยนแปลงความเร็วของอนุภาคทั้งสองจะมีทิศตรงข้ามกันและอัตราส่วนของความเร็วที่เปลี่ยนไปจะแปรผกผันกับอัตราส่วนของมวลของอนุภาคทั้งสอง”

โดยทั่วไปแล้วเรามักจะหาค่ามวลจากน้ำหนักของวัตถุ ซึ่งเกี่ยวข้องกับความโน้มถ่วงของโลก และเรียกมวลในกรณีนี้ว่า “มวลจากความโน้มถ่วง (Gravitational mass)” ส่วนการหามวลจากความเฉื่อย (Inertial mass) พิจารณาได้จากภาพที่ 4.2 รถสองคันยึดกันไว้ด้วยสปริงเบาและวางอยู่บนพื้นที่ไม่มีความฝืด เมื่อสปริงขาดจากกันรถทั้งสองจะวิ่งไปคนละทาง โดยช่วงเวลาที่สปริงขาดความเร็วของรถเปลี่ยนจากศูนย์ไปเป็น $\vec{v}_1$ และ $\vec{v}_2$ ถ้าให้ m_1 เป็นมวลของรถคันที่หนึ่งจะสามารถหามวลของรถอีกคันหนึ่งได้จากสมการ (4.3) ซึ่งไม่เกี่ยวของกับน้ำหนักและแรงโน้มถ่วงเลย

สามารถกำหนดนิยามของมวลได้ว่า “มวลเป็นคุณสมบัติเฉพาะตัวของวัตถุซึ่งไม่ขึ้นกับสภาพแวดล้อมของวัตถุนั้น อีกทั้งยังไม่ขึ้นกับวิธีวัดมวล นอกจากนี้มวลยังเป็นตัวบ่งบอกหรือเป็นตัวแทนของความเฉื่อย” โดยขนาดของมวลไม่ว่าจะหาได้จากความเฉื่อยหรือความโน้มถ่วงจะมีค่าเท่ากัน

กฎข้อที่ 1 ของนิวตัน (Newton’s first law)

กล่าวว่า **“วัตถุทุกชนิดจะคงสภาพหยุดนิ่งหรือเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงด้วยความเร็วคงที่ถ้าไม่มีแรงจากภายนอกมากระทำ”** หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า **“กฎของความเฉื่อย (Law of inertia)”** โดย “ความเฉื่อย” หมายถึงสภาพต้านการเคลื่อนที่ดังที่กล่าวมาแล้ว ถ้าวัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงด้วยความเร็วคงที่ในกรอบอ้างอิงเฉื่อยอันหนึ่ง พบว่าความเร่งและแรงภายนอกสุทธิกระทำบนวัตถุดังกล่าวเป็นศูนย์ นั่นคือ

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots = 0 \tag{4.4}$$

เมื่อ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ... เป็นแรงอิสระจากภายนอกที่กระทำบนวัตถุ

กฎข้อที่ 2 ของนิวตัน (Newton’s second law)

กฎข้อนี้จะเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีความเร่งเมื่อแรงภายนอกสุทธิที่มากระทำต่อวัตถุไม่เป็นศูนย์ ซึ่งกล่าวไว้ว่า **“แรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุจะแปรผันโดยตรงกับความเร่ง โดยวัตถุที่มีมวลมากจะมีความเร่งน้อย หรือ ความเร่งของวัตถุจะแปรผันกับมวล”** ดังนั้น

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \tag{4.5}$$

นั่นคือแรงลัพธ์ที่กระทำบนวัตถุมวล m จะเท่ากับมวลของวัตถุนั้นคูณกับความเร่ง สามารถใช้กฎข้อนี้กำหนดนิยามของแรงได้ กล่าวคือ “แรงเป็นสาเหตุที่ทำให้วัตถุมีความเร่ง โดยแรงเดี่ยวที่กระทำกับวัตถุจะทำให้วัตถุมีความเร่งในทิศของแรงดังกล่าว และขนาดของแรงจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความเร่ง” ในกรณีที่ปล่อยวัตถุใกล้ๆ ผิวโลก วัตถุจะมีแรงมากระทำเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลกทำให้วัตถุตกด้วยความเร่ง 9.8 m/s^2

<u>ตัวอย่างที่ 4.1</u> แรง F กระทำบนวัตถุมวล m_1 ทำให้เกิดความเร่ง 3 m/s^2 และถ้าแรง F ดังกล่าวกระทำวัตถุมวล m_2 จะทำให้เกิดความเร่ง 1 m/s^2 จงหา

ก) อัตราส่วนระหว่างมวล m_1 และ m_2

ข) ถ้านำมวล m_1 ผูกติดกับมวล m_2 แรง F ดังกล่าวจะทำให้มวลเหล่านี้เกิดความเร่งเท่าใด

<u>วิธีทำ</u> ก) จากกฎข้อที่สองของนิวตัน จะได้ว่า

$$F_1 = m_1 a_1 \qquad (1)$$

และ

$$F_2 = m_2 a_2 \qquad (2)$$

นำสมการ (1) ÷ (2) จะได้ว่า

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$$

ข) $F = (m_1+m_2)a = m_1 a_2$

$3\ N = (1+3)a$

$a = 0.75\ m/s^2$

กฎข้อที่ 3 ของนิวตัน (Newton's third law)

กฎข้อนี้กล่าวว่า **"แรงที่วัตถุหนึ่งกระทำต่อวัตถุอันที่สองเรียกว่าแรงกิริยา (Action) จะมีขนาดเท่ากับแรงที่วัตถุอันที่สองกระทำต่อวัตถุอันที่หนึ่งแต่มีทิศทางตรงกันข้าม และเรียกแรงที่วัตถุอันที่สองกระทำต่อวัตถุอันที่หนึ่งว่า แรงปฏิกิริยา (Reaction)"** หมายความว่า ถ้าวัตถุ A ออกแรง $\vec{F}_A$ กระทำกับวัตถุ B แล้ว วัตถุ B จะออกแรง $\vec{F}_B$ กระทำต่อวัตถุ A ในทิศทางที่ตรงข้ามกัน โดย

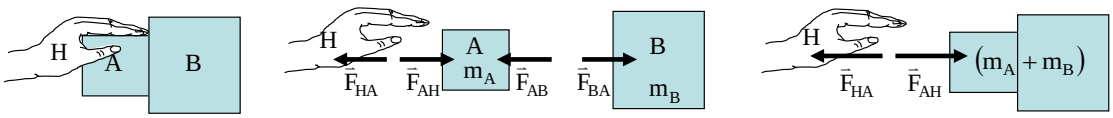
$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B \qquad (4.6)$$

<u>ตัวอย่างที่ 4.2</u> ในบริเวณที่ไม่มีแรงโน้มถ่วงแห่งหนึ่ง เมื่อออกแรงขนาดคงที่ 10 N ผลักกล่อง A ซึ่งวางอยู่ชิดกับกล่อง B ดังภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.2

(ก) จงเขียนคู่ของแรงกิริยา - ปฏิกิริยา ของระบบ

(ข) ถ้ากล่อง A มีมวล 5 kg และกล่อง B มีมวล 10 kg จงหาความเร่งของกล่องทั้งสองและแรงที่กระทำกับกล่อง B

<u>วิธีทำ</u> (ก) สามารถเขียนแผนภาพของแรงที่กระทำได้ดังภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.2 (ข)



ภาพที่ 4.1 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.2

เมื่อ $\vec{F}_{HA}$ คือแรงปฏิกิริยาที่กล่อง A กระทำกับมือ
$\vec{F}_{AH}$ คือแรงกิริยาที่มือกระทำกับกล่อง A และ $\vec{F}_{AH} = -\vec{F}_{HA}$
$\vec{F}_{AB}$ คือแรงกฏิกิริยาที่กล่อง B กระทำกับกล่อง A
$\vec{F}_{BA}$ คือแรงกิริยาที่กล่อง B กระทำกับกล่อง A และ $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$

(ข) สำหรับแรงที่กระทำกับกล่อง B จะมีทิศไปทางขวามือและมีขนาดเป็น

$$F_{BA} = m_B a_B$$

โดยขนาดของแรงสุทธิที่กระทำกับกล่อง A คือ $F_{AH} = -F_{AB}$ และจากสมการ (4.4) จะได้

$$F_{AH} - F_{AB} = m_A a_A$$

จากสมการทั้งสองนี้ เมื่อกล่อง A และ B อยู่ชิดกัน จึงมีขนาดของความเร่งเท่ากัน
นั่นคือ $a_A = a_B = a$
จากกฎข้อที่ 3 ของนิวตัน พบว่า $\vec{F}_{AB}$ และ $\vec{F}_{BA}$ มีขนาดเท่ากัน ดังนั้น

$$\vec{F}_{AH} = (m_A + m_B)\,\vec{a}$$

เนื่องจากกล่อง A และ B อยู่ชิดกันและเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกัน จึงพิจารณาได้เป็นมวลเดี่ยวที่เคลื่อนที่ไปด้วยความเร่ง $\vec{a}$ เนื่องจากแรงภายนอก $\vec{F}_{AH}$ ดังภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.2 (ค) โดยมีขนาดเท่ากับ

$$a = \frac{F_{AH}}{(m_A + m_B)} = \frac{10\,\text{N}}{(5\,\text{kg} + 10\,\text{kg})} = \frac{1}{5}\ \text{m/s}^2$$

ส่วนขนาดของแรงที่กล่อง A กระทำกับกล่อง B คือ

$$F_{BA} = m_B\, a = (10\,\text{kg})(\frac{1}{5}\,\text{m/s}^2) = 2\,\text{N}$$

4.3 มวลและน้ำหนัก (Mass and weight)

ในหัวข้อนี้จะพิจารณาเกี่ยวกับมวลและคุณสมบัติที่สำคัญบางประการซึ่งเกี่ยวข้องกับแรงโน้มถ่วงของโลก “แรงโน้มถ่วง (The gravitational force)” เป็นแรงพื้นฐานที่สำคัญที่นิวตันได้เสนอไว้ในทฤษฎีความโน้มถ่วง กล่าวกันว่าทฤษฎีนี้มีจุดกำเนิดจากการที่นิวตันสังเกตเห็นผลแอปเปิลตกลงมา ซึ่งเป็นการพิจารณาในลักษณะเดียวกับการโคจรของดวงจันทร์รอบโลกพบว่าดวงจันทร์จะเคลื่อนที่เข้าหาโลกด้วยความเร่งสู่ศูนย์กลาง ผลแอปเปิลที่ตกลงมาก็มีลักษณะเดียวกับดวงจันทร์จะแตกต่างกันที่ขนาดของมวลและระยะทางเท่านั้น โดยผลแอปเปิลตกห่างจากจุดศูนย์กลางของโลกประมาณได้เท่ากับรัศมีของโลก 6,378 km ซึ่งมีความเร่งสู่ศูนย์กลางเท่ากับ 9.81 m/s^2 ในขณะที่ดวงจันทร์อยู่ห่างออกไปเป็นระยะทางเฉลี่ย 384,440 km และมีคาบการโคจรรอบโลกเท่ากับ 27.3 วัน จะมีความเร่งสู่ศูนย์กลางเท่ากับ 2.73×10^{-3} m/s^2 เมื่อเปรียบเทียบอัตราส่วนระหว่างระยะทางที่ดวงจันทร์ตกเข้าหาโลกกับระยะที่แอปเปิลตกเข้าหาโลกได้เท่ากับ 60.07 ในขณะที่อัตราส่วนระหว่างความเร่งสู่ศูนย์กลางของแอปเปิลกับดวงจันทร์ได้เท่ากับ 3,593.4 จากอัตราส่วนทั้งสองจะเห็นว่ากำลังสองของอัตราส่วนระหว่างระยะทางที่ค่าใกล้เคียงกับอัตราส่วนระหว่างความเร่งสู่ศูนย์กลางแสดงว่าแรงโน้มถ่วงแปรผกผันกับระยะทางกำลังสอง

จากแนวคิดในลักษณะดังกล่าว นิวตันได้ตั้งสมมติฐานไว้ว่าวัตถุคู่ใดๆย่อมจะมีแรงโน้มถ่วงกระทำซึ่งกันและกัน โดยที่ขนาดของแรงจะเป็นสัดส่วน โดยตรงกับมวลของวัตถุทั้งสองและเป็นสัดส่วนผกผันกับกำลังสองของระยะทางระหว่างวัตถุ สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$F_g = G\frac{mM}{R^2} \tag{4.7}$$

เมื่อ m, M และ R เป็นมวลและระยะห่างระหว่างวัตถุทั้งสอง ส่วน G เป็นค่าคงที่ซึ่งเรียกว่า “ค่าคงที่โน้มถ่วงเอกภพ (Universal gravitational constant) ” มีค่าเท่ากับ 6.673×10^{-10} $N.m^2/kg^2$

การหามวลของโลก สามารถพิจารณาได้จากแรงโน้มถ่วงที่โลกมีมวลเป็น M_E กระทำต่อมวล m ใดๆซึ่งวางอยู่บนผิวโลก คือ

$$F_g = G\frac{mM_E}{R_E^2}$$

เมื่อ R_E เป็นรัศมีของโลก ส่วนวัตถุมวล m ใดๆ ที่อยู่ใกล้ๆ ผิวโลก จะถูกกระทำด้วยแรงโน้มถ่วงของโลก
จากกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้

$$F_g = mg$$

เมื่อสมการทั้งสองนี้เท่ากัน สามารถหาค่ามวลของโลกได้

$$M_E = \frac{gR_E^2}{G} \tag{4.8}$$

เมื่อ $g = 9.8\ m/s^2$, $R = 6.378 \times 10^6\ m$ และ $G = 6.673 \times 10^{-11}\ N.m^2/kg^2$

จากสมการ (4.8) จะได้มวลของโลกเท่ากับ $5.974 \times 10^{24}\ kg$

พิจารณาวัตถุที่มีมวล m ที่วางอยู่บนผิวโลกดังภาพที่ 4.2 (ก) วัตถุดังกล่าวจะมีแรงกระทำสองแรงคือ แรงโน้มถ่วง ($\vec{F}_g$) และแรงสัมผัสที่พื้นหรือเรียกกันทั่วไปว่าแรงปกติ ($\vec{N}$) ดังภาพที่ 4.2 (ข) เนื่องจากวัตถุอยู่ในสภาวะหยุดนิ่งเมื่อเทียบกับโลก
ดังนั้น

$$\vec{F}_g + \vec{N} = 0$$

หรือ

$$\vec{F}_g = -\vec{N} \tag{4.9}$$

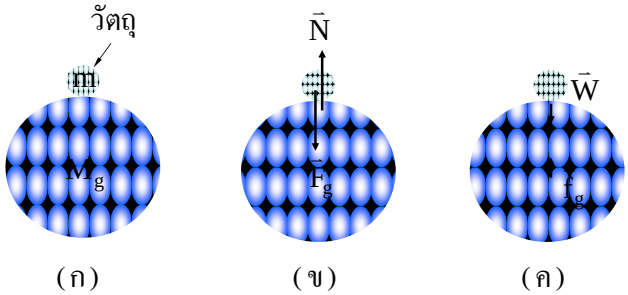
และโลกจะมีแรงกระทำสองแรงเช่นกันคือ แรงกดที่พื้น ($\vec{W}$) โดยวัตถุและแรงโน้มถ่วง ($\vec{f}_g$) ดังภาพที่ 4.2 (ค) เมื่อไม่มีการเคลื่อนที่ทำให้ $\vec{W} + \vec{f}_g = 0$ หรือ

$$\vec{W} = -\vec{f}_g \tag{4.10}$$

ต้องระมัดระวังไว้อย่างหนึ่งว่า แรงที่ปรากฏในสมการ (4.9) และ (4.10) ไม่ใช่แรงคู่กิริยา - ปฏิกิริยา แต่เป็น “แรงคู่ (Force pairs)” คือ

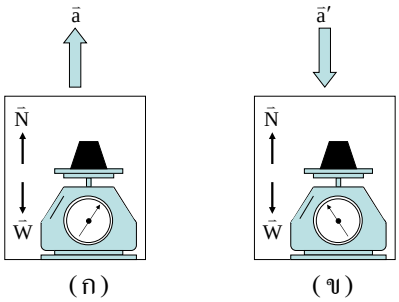
$$\vec{F}_g = -\vec{f}_g \qquad \text{หรือ} \qquad \vec{N} = -\vec{W} \tag{4.11}$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการ (4.11) กับสมการ (4.9) และ (4.10) พบว่าแรง $\vec{F}_g$, $\vec{f}_g$, $\vec{N}$ และ $\vec{W}$ มีขนาดเท่ากัน



ภาพที่ 4.2 (ก) วัตถุที่อยู่นิ่งเมื่อเปรียบเทียบกับโลก (ข) แรงที่กระทำบนวัตถุ (ค) แรงที่กระทำกับโลก แรงกระทำตามภาพ (ข) และ (ค) ไม่ใช่แรงคู่กิริยา – ปฏิกิริยา
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 1996, หน้า 115)

เมื่อพิจารณาแรง $\vec{W}$ และ $\vec{N}$ ในสมการ (4.9) และ (4.10) พบว่าแรง $\vec{W}$ ที่วัตถุกระทำบนส่วนรองรับใดๆ คือ “น้ำหนัก (Weight)” ของวัตถุซึ่งเป็นแรงที่กระทำบนพื้นโลก เนื่องจากวัตถุอยู่นิ่งๆทำให้ $\vec{W}$ เท่ากับแรงโน้มถ่วง $\vec{F}_g$ ที่กระทำกับวัตถุ เมื่อ $\vec{F}_g$ เป็นแรงที่กระทำบนวัตถุ และ $\vec{W}$ เป็นแรงที่วัตถุกระทำกับผิวโลกขนาดของ $\vec{W}$ คือ $W = mg$



ภาพที่ 4.3 วัตถุที่วางอยู่ในลิฟต์ (ก) เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ และ (ข) เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่งคงที่
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 2008, หน้า 116)

พิจารณาภาพที่ 4.3 เมื่อวางมวล m บนพื้นลิฟต์ซึ่งสามารถทำให้มีความเร่งในทิศทางขึ้นหรือลงได้ ถ้าลิฟต์กำลังเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่งคงที่ $\bar{a}$ และไม่คิดถึงแรงโน้มถ่วงของโลกกระทำต่อลิฟต์ จากกฎข้อที่สองของนิวตัน จะได้ขนาดของแรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุเป็น

$$N - F_g = ma$$

หรือ

$$N = F_g + ma = mg + ma = ma = m(g + a)$$

เมื่อ $\vec{N}$ เป็นแรงที่พื้นลิฟต์กระทำกับวัตถุ และ $\vec{F}_g$ เป็นแรงโน้มถ่วงที่โลกกระทำกับวัตถุ แรงปฏิกิริยาของ $\vec{N}$ คือ $\vec{W}$ ซึ่งเป็นน้ำหนักของวัตถุที่กระทำกับพื้นลิฟต์ ดังนั้นน้ำหนักของวัตถุในกรณีนี้คือ

$$W = m(g + a) \qquad (4.12ก)$$

จะเห็นว่าขณะลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่งคงที่ $\vec{a}$ น้ำหนักของวัตถุจะมากขึ้นเป็นจำนวน ma ถ้าลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่งคงที่ a' จะได้

$$W = m(g - a') \qquad (4.12ข)$$

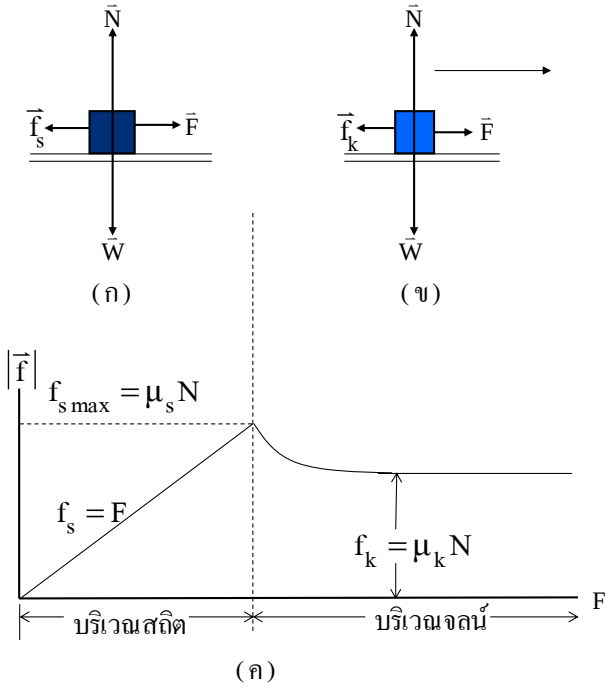
แสดงว่าน้ำหนักของวัตถุจะลดลงเมื่อเทียบกับขณะลิฟต์หยุดนิ่ง

สมมติว่าลวดสลิงที่ยึดลิฟต์ขาด ลิฟต์จะตกอย่างอิสระและมีความเร่งเท่ากับ g จากสมการ (4.12ข) จะได้ W = 0 โดย $a' = g$ ซึ่งสถานการณ์อย่างนี้เรียกว่า “สภาพไร้น้ำหนัก”

4.4 แรงเสียดทาน (Frictional force)

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ในตัวกลางที่มีความหนืด เช่น น้ำ หรือ อากาศ จะมีการต่อต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุ เนื่องจากอันตรกิริยา (Interaction) ระหว่างวัตถุกับสิ่งแวดล้อม เรียกแรงต้านนี้ว่า “แรงเสียดทาน” ซึ่งเป็นแรงที่มีความสำคัญต่อชีวิตประจำวันของเรามาก ถ้าไม่มีแรงเสียดทานแล้วเราคงจะหกล้มในขณะเดินหรือวิ่ง และวัตถุคงมีการชนกันตลอดเวลา

พิจารณากล่องมวล m เคลื่อนที่ในแนวราบด้วยอิทธิพลของแรงภายนอก $\vec{F}$ ซึ่งเป็นแรงที่มีขนาดใหญ่พอ โดยมีขนาดอย่างน้อยต้องเท่ากับแรงเสียดทาน f จึงทำให้วัตถุสามารถเคลื่อนที่ได้ เมื่อกล่องมวล m อยู่นิ่งจะเรียกแรงเสียดทานในขณะนั้นว่า “แรงเสียดทานสถิต (Force of static friction; f_s)” ถ้าค่อยๆเพิ่มแรง $\vec{F}$ จนกระทั่งกล่องเริ่มจะเคลื่อนที่ซึ่งเป็นจัดที่แรงเสียดทานสถิตมีค่ามากที่สุด เมื่อกล่องเคลื่อนที่แล้วจะเรียกแรงเสียดทานว่า “แรงเสียดทานจลน์ (Force of kinetic friction; f_k)” ซึ่งมีค่าน้อยกว่าแรงเสียดทานสถิตเล็กน้อย และมีขนาดคงที่ตลอดการเคลื่อนที่ ดังแสดงในภาพที่ 4.4



ภาพที่ 4.4 (ก) แรงเสียดทานสถิตเท่ากับแรงที่ให้กับวัตถุ (ข) แรง $\vec{F}$ ที่ให้กับวัตถุมีค่ามากกว่าแรงเสียดทานสถิต และ (ค) กราฟของแรงที่ให้กับวัตถุและแรงเสียดทาน
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 1996, หน้า 125)

จากการทดลองพบว่าทั้งแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานจลน์จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงปกติ (Normal Force) ที่กระทำกับวัตถุ และขึ้นกับความขรุขระของผิววัตถุ สามารถสรุปผลการสังเกตจากการทดลองไว้ดังนี้

(1) แรงเสียดทานสถิตระหว่างผิวสัมผัสสองผิวใดๆสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$F_s \leq \mu_s N$$

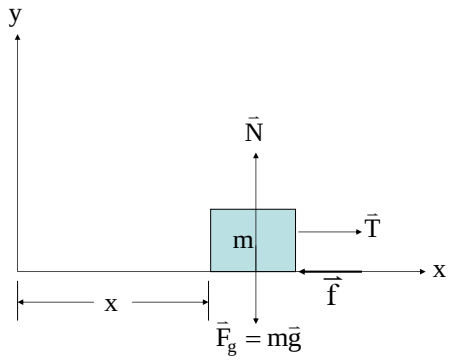
เมื่อ μ_s เป็นปริมาณที่ไม่มีหน่วย เรียกว่า “สัมประสิทธิ์ของความเสียดทานสถิต (Coefficient of static friction)” และแรง f_s มีทิศตรงข้ามกับแรงภายนอกที่มากระทำต่อวัตถุ

(2) แรงเสียดทานจลน์มีทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุและกำหนดไว้เป็น

$$f_k = \mu_k N \qquad (4.13)$$

เมื่อ μ_k คือ “สัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจลน์ (coefficient of kinetic friction)”

(3) ค่าของ μ_s และ μ_k ขึ้นกับธรรมชาติของผิว โดยทั่วไปแล้ว μ_k จะน้อยกว่า μ_s เล็กน้อย ดังนั้นจึงเรียกรวมๆว่า เป็นสัมประสิทธิ์ของความเสียดทาน μ

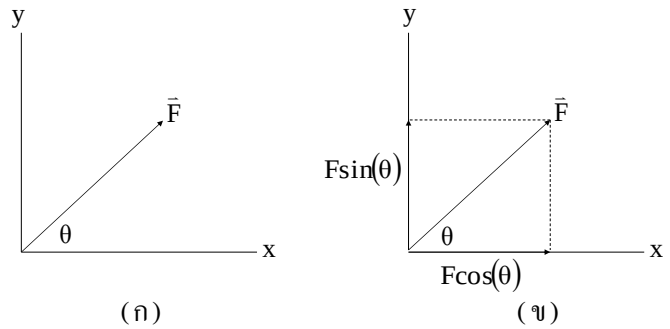


ภาพที่ 4.5 แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการเขียนแรงย่อย
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 1997, หน้า 125)

พิจารณาภาพที่ 4.4 กล่องมวล m ที่วางบนพื้นฝืดผูกด้วยเชือกเบา เมื่อออกแรงดึงเชือกทำให้กล่องเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทาง x ด้วยความเร่ง a ในช่วงเวลา Δt จากภาพแสดงให้เห็นแรงต่างๆ ที่กระทำกับกล่องและมีกรอบอ้างอิงซึ่งเป็นพิกัด x-y เข้ามาเกี่ยวข้องด้วย ในกรณีนี้แรงกระทำจะอยู่ในทิศของแกน x และแกน y อยู่แล้วจากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน สามารถเขียนสมการของแรงลัพธ์ในแต่ละแกนได้

$$\sum F_x = T - f = ma$$
$$\sum F_y = N - mg = 0$$

ถ้าแรงย่อยไม่ได้อยู่ในแนวแกน x และ y กล่าวคือ แรงทำมุมกับแกนทั้งสอง ดังภาพที่ 4.6 (ก) ก่อนที่จะใช้กฎข้อที่สองของนิวตันจำเป็นต้องแตกแรงให้เป็นองค์ประกอบของแรงในแต่ละแกนดังภาพที่ 4.6 (ข)

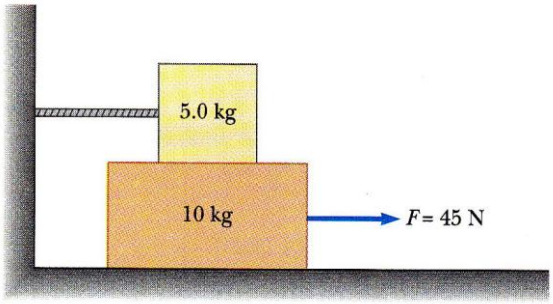


ภาพที่ 4.6 แรงต่างๆ บนวัตถุทำมุมกับแกน x-y ต้องแตกแรงก่อน
ที่มา (ปรับปรุงจาก Halliday, 2007, หน้า 64)

การแก้ปัญหาทางกลศาสตร์โดยใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันมีขั้นตอนดังนี้

1) เขียนภาพของปัญหาแล้วใส่แรงกระทำที่เป็นไปได้ทั้งหมด
2) นำวัตถุที่เป็นปัญหามาเขียนแยกอิสระพร้อมทั้งใส่กรอบอ้างอิงที่เหมาะสม
3) ถ้าแรงกระทำไม่ได้อยู่ในแนวแกนของระบบ ให้แตกเป็นแรงย่อย
4) ใช้กฎข้อที่สองเพื่อเขียนเป็นสมการของแรงลัพธ์ในแต่ละแกน

ตัวอย่างที่ 4.3 กล่องมวล 5 kg ถูกผูกติดไว้กับผนัง และวางซ้อนอยู่บนมวล 10 kg ซึ่งมีแรง 45 N กระทำอยู่ดังภาพที่ 4.7 สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างมวลทั้งสองเท่ากับ 0.2 จงหาแรงตึงในเส้นเชือก และความเร่งของมวล 10 kg



ภาพที่ 4.7 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.3

วิธีทำ ใช้กฎข้อที่สองของนิวตัน จะได้

สำหรับมวล 5 kg, $\Sigma F_x = ma$

$$N_1 = 5g = 5(9.8)$$
$$N_1 = 49 \text{ N}$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$f_1 - T = 0$$
$$T = f_1 = \mu mg = (0.2)(5)(9.8) = 9.8 \text{ N}$$

สำหรับมวล 10 kg,

$$\Sigma F_y = 0$$
$$N_2 - N_1 - 10g = 0$$
$$N_2 = N_1 + 10g$$
$$\Sigma F_x = ma$$
$$45 - f_1 - f_2 = 10a \qquad (1)$$

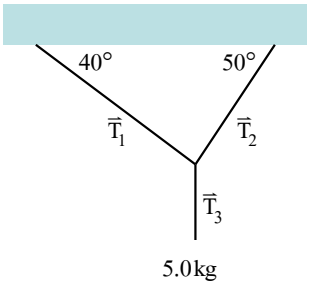
แต่ $f_2 = \mu N_2$ เมื่อแทนค่า $N_2 = N_1 + 10g$ จะได้

$$f_2 = \mu(N_1 + 10g) = 0.2(49 + 98) = 29.4 \text{ N}$$

แทนค่า f_1 และ f_2 ลงในสมการ (1) จะได้

$$45 - 9.8 - 29.4 = 10a$$
$$a = 0.58 \text{ m/s}^2$$

ตัวอย่างที่ 4.4 จงคำนวณหาแรงตึงในเส้นเชือกแต่ละเส้น



ภาพที่ 4.8 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.4

วิธีทำ จากกฎข้อที่หนึ่งของนิวตัน สามารถเขียนสมการได้คือ

$$\Sigma F_x = 0$$
$$T_2\cos 50^\circ - T_1\cos 40^\circ = 0 \quad (1)$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$T_2\sin 50^\circ - T_1\sin 40^\circ - 49 \text{ N} = 0 \quad (2)$$

เมื่อแก้สมการจะได้ $T_1 = 31.5$ N, $T_2 = 37.5$ N และ $T_3 = 49$ N

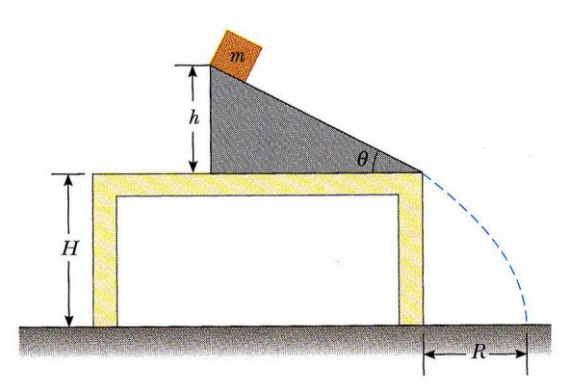
ตัวอย่างที่ 4.5 กล่องมวล m = 2 kg ถูกปล่อยจากหยุดนิ่งจากด้านบนของพื้นเอียงลื่น ซึ่งทำมุม 30° กับแนวระดับ และมีความสูง h = 0.5 m จากพื้นโต๊ะที่มีความสูง H = 2 m ดังภาพที่ 4.9 จงหา

ก) ความเร่งของกล่องเมื่อเคลื่อนที่ลงจากพื้นเอียง

ข) ความเร็วของกล่องหลังจากเคลื่อนที่พ้นพื้นเอียง

ค) เมื่อกล่องเคลื่อนที่เลยพื้นเอียง จะตกลงบนพื้นห่างจากโต๊ะเท่าใด

ง) เวลาทั้งหมดที่กล่องเคลื่อนที่



ภาพที่ 4.9 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.5

<u>วิธีทำ</u> ก) $a = g\sin\theta$

$a = (9.8)\sin30^\circ = 4.90\ m/s^2$

ข) $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

$v^2 = 0 + 2(4.90)(1)$

$v = 3.13\ m/s$

หลังจากเวลาผ่านไป

$$t_s = \frac{2x}{v} = \frac{2\times1}{3.13} = 0.639s$$

คำนวณหาการตกอย่างเสรีของกล่องจากปลายพื้นเอียง

$$y - y_0 = v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$-2 = (-3.13)\sin30^\circ\, t - \frac{1}{2}(9.8)t^2$$

$(4.9)t^2 + (1.56)t - 2 = 0$

$$t = \frac{-1.56 \pm \sqrt{(1.56)^2 - 4(4.9)(-2)}}{2(4.9)}$$

$t = 0.499\ s$

ง) $x = v_x t = (3.13)\cos30^\circ(0.499)$

$x = 1.35\ m$

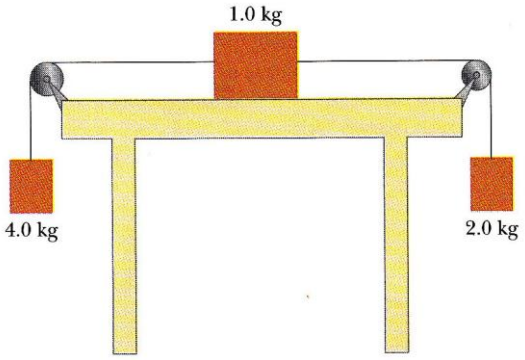
ค) เวลารวม $= t_s + t = 0.639 + 0.499$

$= 1.14\ s$

<u>ตัวอย่างที่ 4.6</u> มวล 4 kg, 1 kg และ 2 kg ผูกติดกันด้วยเชือกเบา และคล้องผ่านรอกลื่น ถ้าโต๊ะมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเป็น 0.35 ดังภาพที่ 4.10 จงหา

ก) ความเร่ง และการเคลื่อนที่ของมวลแต่ละก้อน

ข) แรงตึงเชือก



ภาพที่ 4.10 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.6

<u>วิธีทำ</u> กำหนดให้ T_{12} และ T_{23} เป็นแรงตึงในเส้นเชือกด้านซ้ายและขวา ตามลำดับ จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน จะได้ว่า

สำหรับมวล m_1,

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$T_{12} - m_1 g = -m_1 a$$

สำหรับมวล m_2,

$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$-T_{12} + \mu_k n + T_{23} = -m_2 a$$

และ

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$n - m_2 g = 0$$

สำหรับมวล m_1,

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$T_{23} - m_3 g = -m_3 a$$

เมื่อแทนค่าตัวแปรลงในสมการจะได้

$$-T_{12} + 39.2 = 4a \quad (1)$$

$$T_{12} - 0.35(9.8) - T_{23} = a \quad (2)$$

$$T_{23} - 19.6 = 2a \quad (3)$$

ก) เมื่อแก้สมการ (1), (2) และ (3) จะได้

$$39.2 - 3.43 - 19.6 = 7a$$

$a = 2.31\ m/s^2$ ทิศทางพุ่งลงสำหรับมวล m_1, ทิศไปทางซ้ายสำหรับมวล m_2 และทิศทางพุ่งขึ้นสำหรับมวล m_3

ข) แทนค่าความเร่ง $a = 2.31\ m/s^2$ ลงในสมการ (1) จะได้

$$-T_{12} + 39.2 = 4(2.31)$$

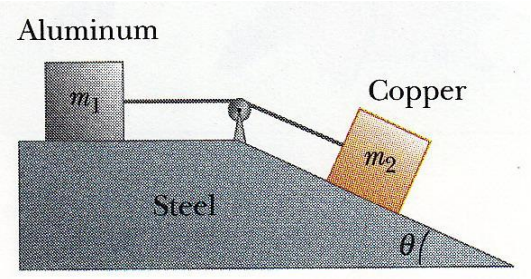
$$T_{12} = 30\ N$$

$$T_{23} - 19.6 = 2(2.31)$$

$$T_{23} = 24.2\ N$$

<u>ตัวอย่างที่ 4.7</u> กล่องอลูมิเนียมมวล $m_1 = 2$ kg และกล่องทองแดงมวล $m_2 = 6$ kg ผูกติดกันด้วยเชือกเบา และคล้องผ่านรอก และสามารถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระบนพื้นเหล็กเอียงทำมุม 30° ดังภาพที่ 4.11 ถ้ากำหนดให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างกล่องอลูมิเนียมกับพื้นเหล็ก และกล่องทองแดงกับพื้นเหล็กมีค่าเท่ากับ 0.47 และ 0.36 ตามลำดับ จงหา

ก) ความเร่งของมวลทั้งสองก้อน ข) แรงตึงในเส้นเชือก



ภาพที่ 4.11 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.7

<u>วิธีทำ</u> ก) จากกฎข้อที่สองของนิวตัน

สำหรับมวล m_1,

$$T - \mu_1 m_1 g = m_1 a$$

สำหรับมวล m_2,

$$-T - \mu_2 m_2 g\cos\theta + m_2 g\sin\theta = m_2 a$$

นำสมการทั้งสองมารวมกันจะได้

$$(m_1 + m_2)a = m_2 g\sin\theta - \mu_2 m_2 g\cos\theta - \mu_1 m_1 g$$

ดังนั้น

$$a = \left(\frac{m_2(\sin\theta - \mu_2 \cos\theta)}{m_1 + m_2} - \mu_1 m_1 \right) g$$

แทนค่าจะได้

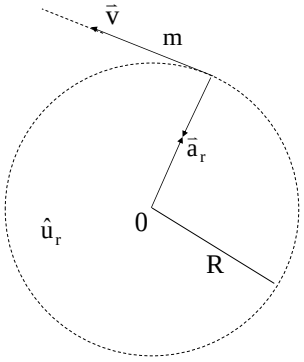
$$a = \left(\frac{6(\sin 30^\circ - 0.36\cos 30^\circ)}{8} - 0.47(2) \right) 9.8$$

$$a = 0.232 \text{ m/s}^2$$

ข) แทนค่า $a = 0.232 \text{ m/s}^2$ ลงในสมการ $T - \mu_1 m_1 g = m_1 a$ จะได้

$$T = 2(0.232 + 0.47(2)) = 9.68 \text{ N}$$

4.5 การประยุกต์กฎข้อที่สองของนิวตันกับการเคลื่อนที่เป็นวงกลม (Application of Newton's second law with circular motion)



ภาพที่ 4.12 ลูกบอลเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วคงที่
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 2008, p. 138)

เมื่ออนุภาคมีการเคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี R ด้วยความเร็วคงที่ $\vec{v}$ จะมีความเร่งสู่ศูนย์กลางเท่ากับ

$$\vec{a}_r = -\frac{v^2}{R}\hat{u}_r$$

พิจารณาลูกบอลมวล m ผูกด้วยเชือกเบายาว R แกว่งให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมดังภาพที่ 4.6 สมมติว่าลูกบอลเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ตามแนวเส้นประ จะมีแรงกระทำกับลูกบอลในแนวรัศมีที่เรียกว่า "แรงสู่ศูนย์กลาง (Central forces)" จากกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้

$$\vec{F}_r = m\vec{a}_r = -\frac{mv^2}{R}\hat{u}_r \qquad (4.14)$$

ซึ่งแรงที่ได้จะเหมือนกับแรงสู่ศูนย์กลาง เนื่องจากเป็นแรงที่กระทำผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและเป็นแรงที่ทำให้ทิศทางของความเร็วเปลี่ยนแปลง กรณีของดาวเทียมที่มีวงโคจรเป็นวงกลมรอบโลกแรงผ่านศูนย์กลางที่กระทำกับดาวเทียมก็คือแรงโน้มถ่วง หรือกรณีของรถที่วิ่งอยู่ในทางโค้งแรงสู่ศูนย์กลางก็คือแรงเสียดทานระหว่างถนนกับยางรถนั่นเอง

ตัวอย่างที่ 4.8 วัตถุมวล 0.4 kg ผูกติดกับเชือกยาว 0.5 m แล้วถูกทำให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวระดับด้วยความเร็วสม่ำเสมอ 4 m/s จงหาแรงตึงในเส้นเชือก เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไปอยู่ในตำแหน่งสูงสุดของวงกลม

วิธีทำ

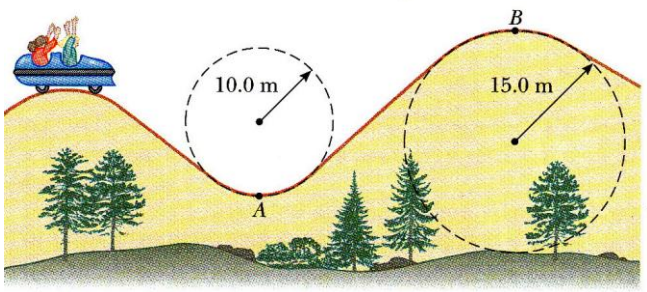
$$T = \frac{mv^2}{r} - mg = m\omega^2 - mg$$

$$T = (0.4)(8)^2(0.5) - (0.4)(9.8) = 8.88 \text{ N}$$

ตัวอย่างที่ 4.9 รถไฟเหาะจะมีมวล 500 kg เมื่อบรรทุกผู้โดยสารเต็มคัน ดังภาพที่ 4.13 จงหา

ก) ถ้ารถไฟเหาะมีความเร็ว 20 m/s ณ จุด A จงหาแรงที่รางรถไฟกระทำต่อตัวรถ

ข) ความเร็วสูงสุดเมื่อรถไฟเหาะอยู่ที่จุด B โดยยังคงวิ่งอยู่บนราง



ภาพที่ 4.13 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.9

วิธีทำ ก) กำหนดให้ n เป็นแรงที่รางรถไฟกระทำต่อตัวรถ

$$\Sigma F = \frac{Mv^2}{R} = n\text{-}Mg$$

ดังนั้น

$$n = Mg + \frac{Mv^2}{R} = (500 \text{ kg})(9.8 \text{ m.s}^{-2}) + \frac{(500\text{kg})(20\text{m.s}^{-1})^2}{10\text{m}}$$

$$n = 2.49 \times 10^4 \text{ N}$$

ข) ที่จุด B ความเร็วสูงสุดของรถไฟจะมากที่สุดเมื่อ n = 0
จากสมการ

$$n - Mg = \frac{Mv^2}{R}$$

จะได้ว่า

$$-Mg = \frac{Mv_{max}^2}{R}$$

$$v_{max} = \sqrt{Rg} = \sqrt{15(9.8)} = 12.1 m/s$$

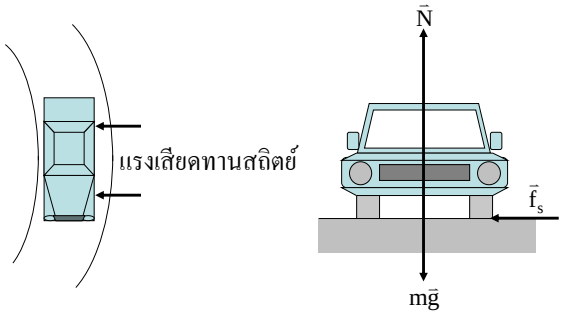
ตัวอย่างที่ 4.10 รถยนต์คันหนึ่งมวล 1500 kg แล่นอยู่บนถนนเรียบและกำลังวิ่งเข้าสู่ทางโค้งที่มีรัศมีความโค้งเท่ากับ 35 m ดังภาพที่ 4.14 ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างถนนกับยางรถเท่ากับ 0.5 จงหาอัตราเร็วสูงสุดที่รถสามารถวิ่งได้โดยไม่หลุดโค้ง

วิธีทำ แรงผ่านศูนย์กลางที่กระทำกับรถคือแรงเสียดทานสถิต จะได้

$$\vec{f}_s = \frac{mv^2}{R}\hat{u} \qquad (1)$$

ดังนั้นอัตราเร็วสูงสุดที่รถสามารถวิ่งได้โดยไม่หลุดโค้งเมื่อแรงเสียดทานสถิตมีค่าสูงสุดคือ

$$\vec{f}_s(max) = \mu\vec{N} \qquad (2)$$



ภาพที่ 4.14 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.10

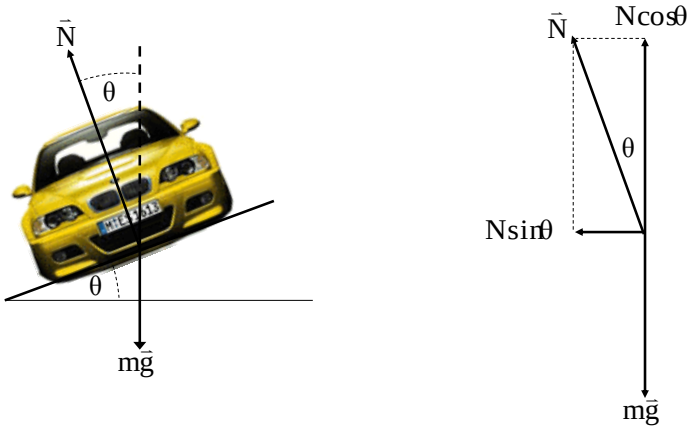
เมื่อแรงปกติคือน้ำหนักของรถ จะได้ขนาดของแรงเสียดทาน คือ

$$f_s(max) = \mu mg = (0.5)(1500\ kg)(9.8\ m/s^2) = 7350\ N$$

และแทนค่าในสมการ (1) จะได้อัตราเร็วสูงสุดเท่ากับ

$$v_{max} = \sqrt{\frac{f_s(max)R}{m}} = \sqrt{\frac{(7350\,N)(35\,m)}{1500\,kg}} = 13.1 m/s$$

ตัวอย่างที่ 4.11 วิศวกรโยธาต้องการออกแบบถนน ซึ่งมีความลาดเอียงเพื่อความปลอดภัยในการขับขี่ โดยกำหนดให้รถสามารถใช้อัตราเร็วในทางโค้งได้ 13 m/s และมีรัศมีความโค้งเท่ากับ 50 m จะต้องออกแบบให้ถนนมีความลาดเอียงกี่องศา



ภาพที่ 4.15 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.11

วิธีทำ จากโจทย์เขียนเป็นแผนภาพของแรงที่กระทำกับรถได้ดังภาพที่ 4.15

$$N\sin(\theta) = \frac{mv^2}{R} \quad (1)$$

$$N\cos(\theta) = mg \quad (2)$$

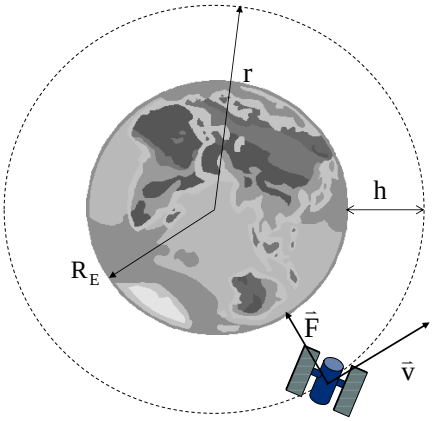
เมื่อหารสมการ (1) ด้วยสมการ (2) จะได้

$$\tan(\theta) = \frac{v^2}{Rg}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{(13\,m/s^2)}{(50\,m)(9.8\,m/s^2)}\right] \approx 19^\circ$$

ตัวอย่างที่ 4.12 ดาวเทียมดวงหนึ่งมีมวล m และมีวงโคจรรอบโลกเป็นภาพวงกลมที่สูงจากพื้นดินเท่ากับ h ด้วยอัตราเร็วคงที่ จงหา

(ก) อัตราเร็วของดาวเทียม (ข) คาบเวลาในการโคจร



ภาพที่ 4.16 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.12

<u>วิธีทำ</u> (ก) แรงภายนอกที่กระทำต่อดาวเทียมคือแรงดึงดูดระหว่างโลกกับดาวเทียม ซึ่งมีทิศชี้เข้าหาจุดศูนย์กลางของโลก ดังนั้น

$$\vec{F}_r = -G\frac{mM_E}{r^2}\hat{u}_r = -\frac{mv^2}{r}\hat{u}_r$$

โดย $r = R_E + h$ สามารถหาอัตราเร็วได้เป็น

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} = \sqrt{\frac{GM_E}{R_E + h}}$$

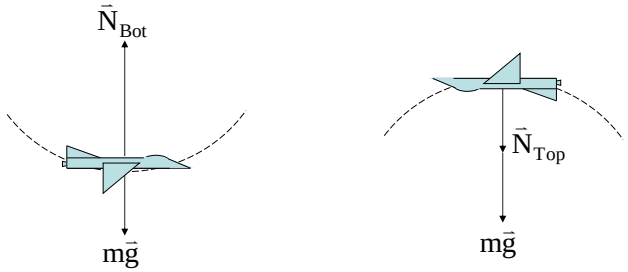
เมื่อ M_E และ R_E เป็นมวลและรัศมีของโลกตามลำดับ

(ข) ดาวเทียมโคจรครบหนึ่งรอบเป็นระยะทาง $2\pi r = 2\pi (R_E + h)$ กำหนดให้ T_P เป็นคาบเวลา จะได้

$$T_P = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{GM_E/r}} = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{GM_E}}\right) r^{3/2}$$

<u>ตัวอย่างที่ 4.13</u> นักบินคนหนึ่งมีมวล m ขับเครื่องบินเป็นวงกลมในแนวตั้งรัศมี 2.7 km ด้วยอัตราเร็วคงที่ 225 m/s ดังภาพที่ 4.17 จงหาแรงกระทำต่อที่นั่งนักบินเมื่อ

(ก) เครื่องบินอยู่ที่ตำแหน่งล่างสุด (ข) เมื่อนักบินอยู่ที่ตำแหน่งบนสุด



(ก) ตำแหน่งเครื่องบินอยู่ที่ต่ำสุด (ข) ตำแหน่งเครื่องบินอยู่ที่สูงสุด

ภาพที่ 4.17 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.13

<u>วิธีทำ</u> (ก) จากภาพที่ 4.17 (ก) แสดงแรงที่กระทำกับที่นั่งนักบินที่ตำแหน่งต่ำสุด เมื่อน้ำหนักของนักบินคือ mg จะมีทิศเข้าศูนย์กลางของโลก ในขณะเดียวกันแรงปฏิกิริยาที่เก้าอี้กระทำกับนักบินจะเป็นแรงสู่ศูนย์กลางของการเคลื่อนที่ ดังนั้น

$$N_{Bot} - mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$N_{Bot} = mg + \frac{mv^2}{r} = mg\left(1 + \frac{v^2}{rg}\right)$$

เมื่อแทนค่าลงไปจะได้

$$N_{Bot} = mg\left[1 + \frac{(255\,m/s)^2}{(2.7x10^3\,m)(9.8\,m/s^2)}\right] = 3.46\,mg$$

แรงกระทำต่อนักบินที่ตำแหน่งต่ำสุดมีค่ามากกว่าน้ำหนักนักบิน 3.46 เท่า

(ข) จากภาพที่ 4.17 (ข) พบว่าความเร่งสู่ศูนย์กลางในขณะที่เครื่องบินอยู่ที่ตำแหน่งสูงสุด คือ N_{top} + mg และจากกฎข้อที่สองของนิวตัน จะได้

$$N_{top} + mg = \frac{mv^2}{r}$$

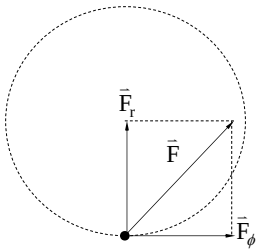
$$N_{top} = \frac{mv^2}{r} - mg = mg\left(\frac{v^2}{rg} - 1\right)$$

$$= mg\left[\frac{(255\,m/s)^2}{(2.70x10^3\,m)(9.8\,m/s^2)} - 1\right] = 1.46\,mg$$

ในกรณีนี้แรงที่กระทำกับที่นั่งนักบินจะน้อยกว่าน้ำหนักตัวของนักบิน ทำให้นักบินจะมีความรู้สึกตัวเบาขึ้นเมื่อบินอยู่ที่ตำแหน่งสูงสุด

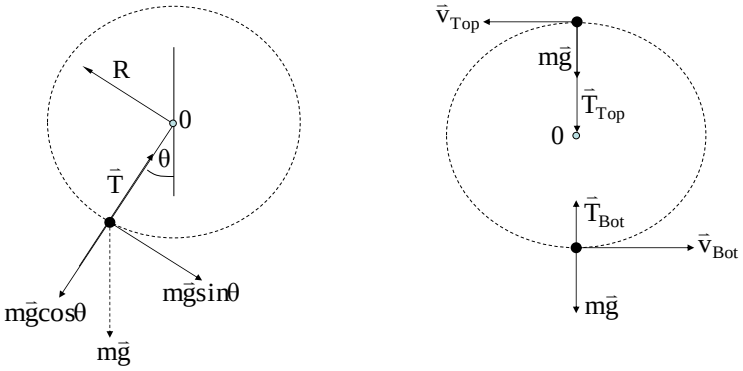
4.6 การเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Circular motion with variable speed)

การเคลื่อนที่เป็นวงกลมของอนุภาคซึ่งมีอัตราเร็วที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาเมื่อขนาดขององค์ประกอบของความเร่งในแนวสัมผัสกับวงกลมเป็น $\frac{dv}{dt}$ จะทำให้ความเร่งสุทธิเป็นตามสมการ (4.25) หรือ $\vec{a} = a_r\hat{u}_r + a_\phi\hat{u}_\phi$ และมีแรงสุทธิที่กระทำกับอนุภาคซึ่งแสดงดังภาพที่ 4.18 คือ $\vec{F} = F_r\hat{u}_r + F_\phi\hat{u}_\phi$ เป็นองค์ประกอบของแรงในแนวรัศมีและแนวสัมผัสเส้นรอบวงตามลำดับ โดยเฉพาะ $\vec{F}_\phi$ เป็นสาเหตุให้อัตราเร็วของอนุภาคมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา



ภาพที่ 4.18 แสดงอนุภาคเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วที่เปลี่ยนแปลง
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 1996, หน้า 150)

<u>ตัวอย่างที่ 4.14</u> ถ้าแกว่งทรงกลมขนาดเล็กมวล m ซึ่งผูกด้วยเชือกเบายาว R ดังภาพที่ 4.19 จงหาแรงตึงเชือกในขณะที่ทรงกลมมีอัตราเร็วเป็น v และอยู่ในตำแหน่งที่ทำมุม θ กับแนวดิ่ง



(ก) ที่ตำแหน่งใดๆ (ข) ที่ตำแหน่งสูงสุดและต่ำสุด

ภาพที่ 4.19 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.14

<u>วิธีทำ</u> จากภาพที่ 4.19 ขนาดขององค์ประกอบของแรงในแนวรัศมีคือ $mg\cos(\theta)$ และขนาดขององค์ประกอบของแรงในแนวสัมผัสเส้นรอบวงคือ $mg\sin(\theta)$ เมื่อใช้กฎข้อสองของนิวตันกับองค์ประกอบแรงลัพธ์ที่สัมผัสเส้นรอบวงจะได้

$$\Sigma F_y = mg\sin(\theta) = ma_\phi$$
$$a_\phi = g\sin(\theta)$$

จะได้องค์ประกอบของความเร่งที่ทำให้อัตราเร็วเปลี่ยนแปลงคือ $a_\phi = \frac{dv}{dt}$ สำหรับองค์ประกอบของแรงลัพธ์ในแนวรัศมี สามารถหาได้โดยใช้กฎข้อสองของนิวตัน จะได้

$$\Sigma F_r = T - mg\cos(\theta) = ma_r = \frac{mv^2}{R}$$

$$T = m[\frac{v^2}{R} + g\cos(\theta)]$$

ในกรณีที่ทรงกลมอยู่ที่ตำแหน่งสูงสุด แรงตึงเชือกจะมีขนาดเป็น

$$T_{top} = m[\frac{v_{top}^2}{R} - g]$$

และทรงกลมอยู่ที่ตำแหน่งต่ำสุด แรงตึงเชือกจะมีขนาดเป็น

$$T_{bot} = m[\frac{v_{bot}^2}{R} + g]$$

พบว่า แรงตึงเชือกจะมีค่ามากที่สุดเมื่อทรงกลมอยู่ที่ตำแหน่งต่ำสุด และมีค่าน้อยที่สุดเมื่อทรงกลมอยู่ที่ตำแหน่งสูงสุด

สรุป

1. กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

2. โมเมนต์ หรือทอร์ก $\vec{\tau}$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

3. โมเมนต์ความเฉื่อย

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

4. พลังงานจลน์ของการหมุนของวัตถุแข็งเกร็ง

$$E_k = \frac{1}{2} I\omega^2$$

5. สำหรับวัตถุที่กำลังกลิ้ง พลังงานจลน์ของวัตถุมีค่าตามสมการ

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

6. ความสัมพันธ์ระหว่างทอร์ก และความเร่งเชิงมุม

$$\tau = I\alpha$$

7. โมเมนตัมเชิงมุม หรือโมเมนต์โมเมนตัม

$$\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$$

8. ถ้าไม่มีทอร์กของแรงภายนอกมากระทำ โมเมนตัมเชิงมุมของระบบจะมีค่าคงตัว

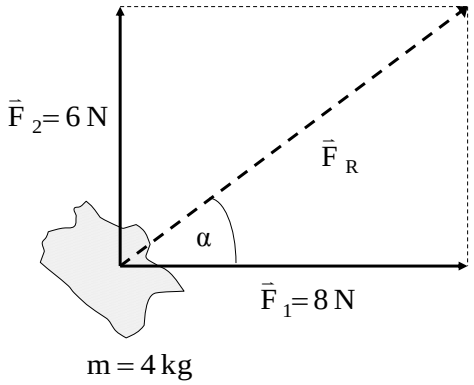
$$\sum_i I_i\omega_i = \text{ค่าคงตัว}$$

แบบฝึกหัด

1. จากภาพประกอบแบบฝึกหัดที่ 1

   (ก) เมื่อมีแรง 8 N กระทำต่อวัตถุทำให้วัตถุมีความเร่ง 2 m/s^2 จงหามวลของวัตถุ

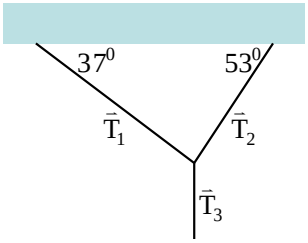
   (ข) ถ้าแรง 6 N กระทำในทิศที่ตั้งฉากกับแรง 8 N จงหาความเร่งของวัตถุ



ภาพที่ 4.20 ภาพประกอบแบบฝึกหัดที่ 1

ตอบ (ก) 4 kg (ข) 2.5 m/s^2

2. แขวนกล่องหนัก 100 N ด้วยเคเบิล ดังภาพที่ 4.21 จงหาแรงตึงในเส้นเชือกทั้งสามเส้น



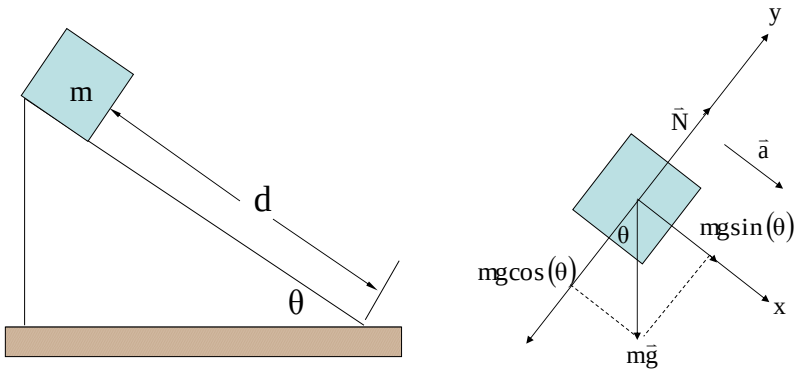
ภาพที่ 4.21 ภาพประกอบแบบฝึกหัดที่ 2

ตอบ T_1 = 60.1 N T_2 = 79.93 N T_3 = 100 N

3. กล่องมวล m ไถลลงมาจากพื้นเอียงที่ไม่มีความฝืด ดังภาพประกอบแบบฝึกหัดที่ 3

   (ก) จงหาความเร่งของการลื่นไถล

   (ข) ถ้าพื้นเอียงมีระยะทางเท่ากับ d และกล่องไถลลงมาถึงพื้นล่างแล้วหยุดนิ่งจงหาเวลาในการเคลื่อนที่และอัตราเร็วขณะถึงพื้นล่าง

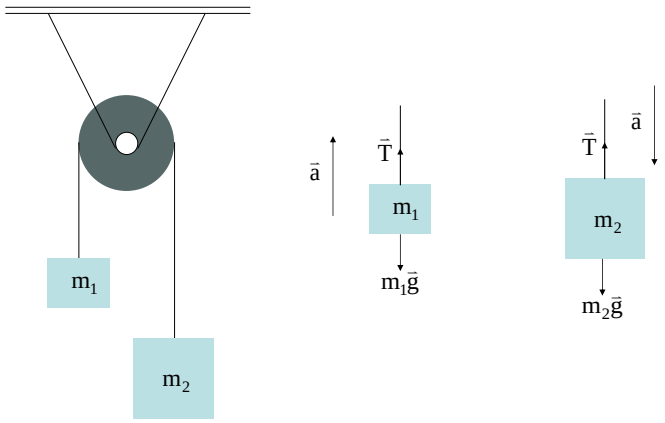


(ก) (ข)

ภาพที่ 4.22 ภาพประกอบแบบฝึกหัดที่ 3

ตอบ (ก) $g\sin(\theta)$ (ข) $t=\sqrt{\frac{2d}{a}}=\sqrt{\frac{2d}{g\sin(\theta)}}$, $v=\sqrt{2ad}=\sqrt{2gd\sin(\theta)}$

4. เครื่องกลของแอตวูด (Atwood's Machine) เป็นเครื่องกลอย่างง่ายที่ประกอบด้วยรอกเดี่ยวเบาไม่มีความฝืด มีมวลสองก้อนผูกยึดด้วยเชือกเบาคล้องอยู่กับรอก ดังภาพที่ 4.23 (ก) ถ้าทราบค่า g แล้ว จงหาขนาดของความเร่งของมวลและแรงตึงเชือก

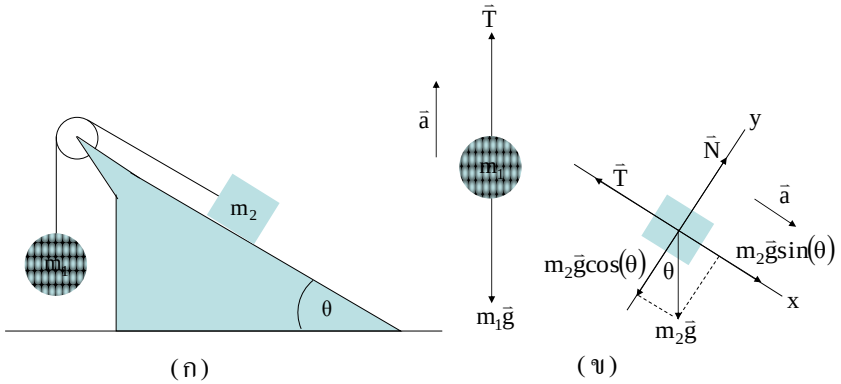


(ก) (ข)

ภาพที่ 4.23 ภาพประกอบแบบฝึกหัดที่ 4

ตอบ $a=\left(\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\right)g$, $T=\left(\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}\right)g$

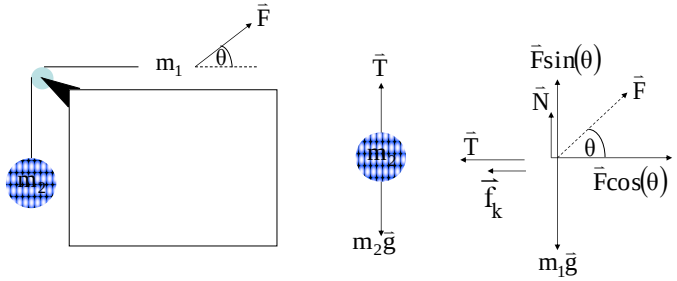
5. กล่องใบหนึ่งวางบนพื้นเอียงลื่นและผูกติดกับมวลอันหนึ่งด้วยเชือกเบาและคล้องผ่านรอกคล่องซึ่งมีมวลน้อยมาก ดังภาพที่ 4.24 (ก) ถ้ากล่องลื่นไถลลงมาตามพื้นเอียง จงหาขนาดของความเร่งของวัตถุทั้งสองและแรงตึงเชือก



ภาพที่ 4.24 ภาพประกอบแบบฝึกหัดที่ 5

ตอบ $a = \dfrac{m_2 g\sin(\theta) - m_1 g}{m_1 + m_2}$, $T = \dfrac{m_1 m_2 g[1 + \sin(\theta)]}{m_1 + m_2}$

6. พิจารณาระบบดังภาพที่ 4.25 (ก) จงหาสัมประสิทธิ์ของความเสียดทาน μ



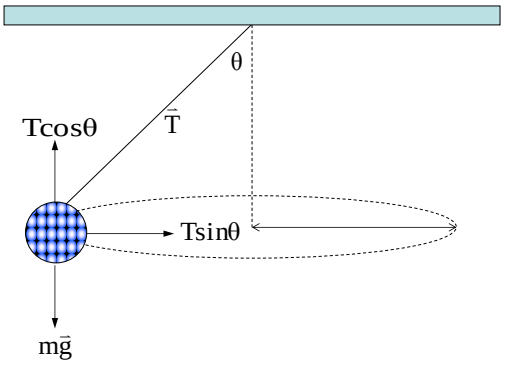
ภาพที่ 4.25 ภาพประกอบแบบฝึกหัดที่ 6

ตอบ $\mu = \dfrac{F\cos(\theta) - m_2(a+g) - m_1 a}{[m_1 g - F\sin(\theta)]}$ หรือ $\mu = \dfrac{F\cos(\theta) - (m_1 + m_2)a + m_2 g}{[m_1 g - F\sin(\theta)]}$

7. ผูกลูกเหล็กมวล 1.0 kg ผูกกับเชือกเบายาว 2.0 m แล้วแกว่งเป็นวงกลมในแนวราบ ถ้าเชือกเส้นนี้ทนแรงตึงได้สูงสุด 50 N อยากทราบว่าอัตราเร็วสูงสุดของลูกเหล็กจะเป็นเท่าไร ก่อนที่เชือกจะขาด

ตอบ 10 m/s

8. ลูกบอลมวล m ผูกกับเชือกเบายาว L เมื่อดึงเชือกให้ทำมุม θ กับแนวดิ่ง แล้วให้มวลแกว่งเป็นวงกลมที่มีรัศมี r ดังภาพที่ 4.26 เรียกระบบนี้ว่า conical pendulum จงหาอัตราเร็วของลูกบอลและคาบเวลาของการแกว่งเป็นวงกลม



ภาพที่ 4.26 ภาพประกอบแบบฝึกหัดที่ 8

ตอบ $v = \sqrt{Lg\sin(\theta)\tan(\theta)}$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos(\theta)}{g}}$

9. แรง $F_1 = (-2\hat{i} + 2\hat{j})$ N, $F_2 = (5\hat{i} - 3\hat{j})$ N และ $F_3 = (-45\hat{i})$ N กระทำบนวัตถุอันหนึ่ง ทำให้เกิดความเร่งที่มีขนาด 3.75 m/s^2 จงหา
   ก) ทิศทางของความเร่งที่กระทำต่อวัตถุ
   ข) มวลของวัตถุ
   ค) องค์ประกอบของความเร็วของวัตถุ เมื่อเวลาผ่านไป 10 s
   ง) ถ้าวัตถุอยู่ในสภาพหยุดนิ่ง ความเร็วของวัตถุหลังผ่านไป 10 s มีค่าเท่าใด

ตอบ ก) 181° ข) 11.2 kg ค) $-37.5\hat{i} - 0.833\hat{j}$ m/s ง) 37.5 m/s

10. ขบวนตู้สินค้ามวล 1.5×10^7 kg ถูกลากด้วยหัวรถจักรด้วยแรงคงที่ขนาด 7.5×10^5 N จงหาว่าต้องใช้เวลาเท่าใดที่ตู้สินค้าถูกลากด้วยหัวรถจักรจากหยุดนิ่งให้มีความเร็ว 80 km/hr

ตอบ 444 s

11. ลูกกระสุนปืนมวล 12 g เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 400 m/s ทะลุผ่านแผ่นไม้ได้ระยะ 15 cm จงหาแรงต้านที่แผ่นไม้กระทำต่อกระสุน

ตอบ – 6,400 N

12. รถยนต์คันหนึ่งขับด้วยความเร็ว 50 km/hr
    ก) ในวันที่ฝนตก สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อกับพื้นถนนมีค่า 0.1 จงหาว่าระยะเบรคที่น้อยที่สุด
    ข) ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อกับพื้นถนนมีค่า 0.5 ในวันที่ฝนไม่ตก จงหาว่าระยะเบรคที่ทำให้รถหยุด

ตอบ ก) 256 m ข) 42.7 m

13. ภายในเครื่องซินโครตรอน อนุภาคดิวเทอรอนสามารถถูกเร่งให้มีความเร็วสุดท้ายเป็น 10 % ของความเร็วแสง ในขณะที่อนุภาคดิวเทอรอนเคลื่อนที่เป็นวงกลมที่มีรัศมี 0.48 m ด้วยแรงจากสนามแม่เหล็ก อยากทราบต้องให้แรงสนามแม่เหล็กขนาดเท่าใด จึงทำให้อนุภาคดิวเทอรอนเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยความเร็วสุดท้ายได้

ตอบ 6.22×10^{-12} N

14. ม้าหมุนเคลื่อนที่เป็นวงกลมครบ 1 รอบ ใช้เวลา 12 s ถ้ามีเด็กมวล 45 kg นั่งบนม้าหมุนซึ่งอยู่ห่างจุดศูนย์กลาง 3 m จงหา
    ก) ความเร็วของเด็ก
    ข) แรงเสียดทานที่กระทำต่อเด็กในแนวราบ
    ค) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตที่น้อยที่สุด ที่ทำให้เด็กยังนั่งอยู่บนม้าหมุนได้โดยไม่ไถล

ตอบ ก) 1.57 m/s ข) 37 N ค) 0.084

เอกสารอ้างอิง

พงษ์ศักดิ์ ชินนาบุญ และวีระชัย ลิ้มพรชัยเจริญ. (2549). **ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัย เล่ม 1** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.

สมพงษ์ ใจดี. (2548). **ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัย 1** (พิมพ์ครั้งที่ 6). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สมาคมวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมชูปถัมภ์. (2543). **ฟิสิกส์ เล่ม 1** (พิมพ์ครั้งที่ 2 ฉบับปรับปรุงแก้ไข). กรุงเทพฯ.

Halliday, D. , Resnick, R. , & Walker, J. (1997). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

_____ . (2001). **Fundamental of physics** (6th ed.). New York: John Willey & Sons.

_____ . (2007). **Fundamental of physics** (8th ed.). New York: John Willey & Sons.

Serway, R. A. (1996). **Physics for scientists & engineers with modern physics** (4th ed.). Philadelphia: Saunders College.

_____ . (2008). **Physics for scientists & engineers with modern physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.