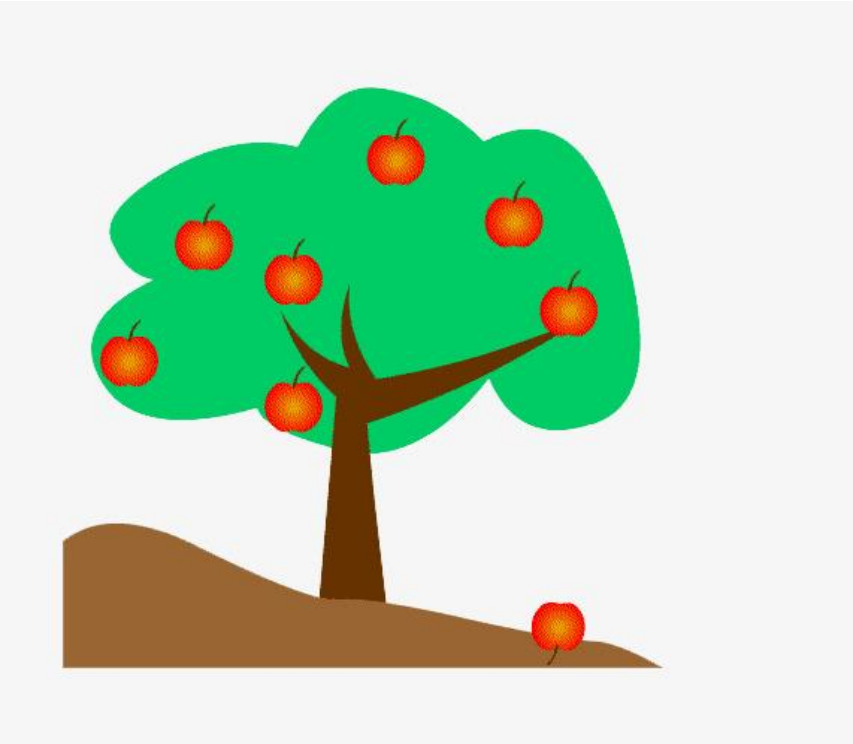
บทที่ 4
กฎการเคลื่อนที่ และพลศาสตร์ของอนุภาค



- กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
- การประยุกต์ใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

สำหรับบทนี้จะกล่าวถึงเหตุที่ทำให้อนุภาคเคลื่อนที่ ที่เรียกว่า พลศาสตร์ของอนุภาค (Dynamics of Particles) ซึ่งหมายถึงการศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาค และความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่กับแรงที่มากระทบ

การพิจารณาการเคลื่อนที่ของอนุภาคจึงต้องสนใจไปที่อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็ว ซึ่งก็คือ***ความเร่ง***นั่นเอง เนื่องจากวัตถุมีอันตรกิริยาระหว่างกัน และสมบัติอย่างหนึ่งของวัตถุที่สำคัญตามกฎความโน้มถ่วงสากล (The Universal Law of Gravity) คือ***มวล*** (Mass)

ดังนั้นผลคูณระหว่างมวลและความเร่งจึงเป็นปริมาณที่สำคัญปริมาณหนึ่งและเรียกปริมาณนี้ว่า “***แรง***” ที่กระทำต่อวัตถุ และเป็นปริมาณที่ใช้กำหนดค่าเชิงปริมาณของอันตรกิริยา ที่กระทำกับวัตถุ ดังนั้นนิยามของแรงในรูปสมการทางคณิตศาสตร์จึงสามารถเขียนได้ว่า

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (4.1)$$

เมื่อ $\vec{F}$ เป็นแรงที่กระทำต่อวัตถุ

m เป็นมวลของวัตถุ และ

$\vec{a}$ เป็นความเร่งของวัตถุ

กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

เซอร์ไอแซค นิวตัน

(Sir Isaac Newton)

ค.ศ. 1642-1727

ได้สร้างกฎกลศาสตร์ที่สมบูรณ์ โดยได้แถลงไว้ 3 ข้อดังนี้

ข้อที่ 1 วัตถุทุกชนิดจะอยู่ในสภาวะนิ่ง หรือเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงด้วยความเร็วคงที่ตลอดไป ถ้าไม่มีแรงจากภายนอกมากระทำ

กฎข้อนี้แสดงถึงลักษณะของวัตถุที่เป็นวัตถุอิสระ (Free Body หรือ Isolated Body) ที่ไม่มีอันตรกิริยากับวัตถุอื่น วัตถุนั้นก็ไม่มีแรงมากระทำ สภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้นก็ไม่เปลี่ยนแปลง ดังนั้นความเร็วของวัตถุมีค่าคงที่ และเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงตลอดไป

กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (ต่อ)

ข้อที่ 2 อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของวัตถุ เป็นปฏิภาคโดยตรงกับแรงลัพธ์ของแรงทั้งหลายจากภายนอกที่มากระทำ และอยู่ในทิศทางกระทำของแรงนั้น

กฎข้อที่สองนี้สร้างขึ้นมาเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ของแรง ที่มากระทำต่อวัตถุกับการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยการตั้งสมมติฐานว่าเป็นจริงในระบบอ้างอิงเฉื่อยเท่านั้น และเพื่อการนี้นิวตันได้กำหนดปริมาณของการเคลื่อนที่ขึ้นมาปริมาณหนึ่งเรียกว่า “*โมเมนตัม*”

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad (4.2)$$

เมื่อ $\vec{p}$ เป็นโมเมนตัม

m เป็นมวลของวัตถุ และ

$\vec{v}$ เป็นความเร็วของมวล

กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (ต่อ)

ข้อที่ 3 ทุก ๆ กิริยาที่มากระทำ จะมีปฏิกิริยาที่มีขนาดเท่ากัน และอยู่ในทิศทางตรงกันข้ามเสมอ กฎข้อนี้ใช้ได้กับอันตรกิริยาระหว่างวัตถุ 2 ก้อน เป็นแรงซึ่งวัตถุทั้งสองกระทำต่อกันมีขนาดเท่ากันและทิศตรงกันข้ามเสมอ

หน่วยของแรงในระบบ SI ตามนิยามสมการ (4.1) คือ $kg \bullet \frac{m}{s^2}$ เรียกใหม่ว่า นิวตัน (N) แรง 1 นิวตัน หมายถึง แรงที่ทำให้มวล 1 กิโลกรัม (kg) เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 1 เมตร/(วินาที)^2 เขียนมิติได้ว่า $\frac{ML}{T^2}$

ระบบหน่วย	มวล	ความเร่ง	แรง
SI	kg	m/s^2	N = kg m/s^2

แรงที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของมวลที่สำคัญอีกแรงหนึ่งคือ *แรงเสียดทาน* (Friction, $\vec{f}$) เป็นแรงที่ต้านการเคลื่อนที่เกิดขึ้นที่ผิวสัมผัสของวัตถุกับพื้นผิว

แรงเสียดทานจนล์ระหว่างวัตถุหนึ่งกับพื้นผิวที่มันเคลื่อนที่ไปบนนั้น มีขนาดเป็นไปตามนิพจน์ต่อไปนี้

$$f_k = \mu_k N \qquad (4.3)$$

เมื่อ μ_k เป็นค่าคงที่ที่ไร้มิติ เรียกว่า สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ และ N เป็นแรงปฏิกิริยาตั้งฉากของวัตถุกระทำกับพื้น แรงเสียดทานสถิตมีค่ามากที่สุด โดยมีขนาดเป็น

$$f_s = \mu_s N \qquad (4.4)$$

ซึ่งกระทำเมื่อวัตถุเริ่มจะเคลื่อนที่ ค่าคงที่ μ_s เรียกว่า สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต โดยทั่วไป $\mu_s > \mu_k$ โดยแรงเสียดทานจะมีทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่เสมอ

การประยุกต์ใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

Example4.1

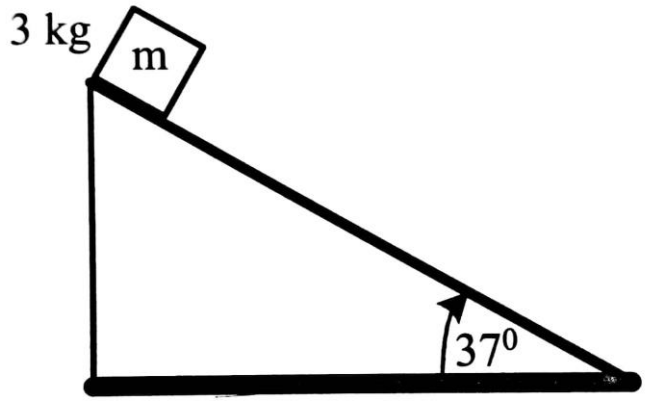
กล่องมวล 3 กิโลกรัม เลื่อนลงตามพื้นเอียงผิวขรุขระทำมุม 37° กับแนวระดับดังรูป กล่องเร่งจากหยุดนิ่งที่จุดยอดถึงล่างสุดของพื้นเอียงยาว 2 เมตร และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการเลื่อนเท่ากับ 0.2

ก) จงเขียนแผนภาพของแรงทั้งหมดของกล่อง

ข) จงเขียนสมการการเคลื่อนที่ของกล่อง และคำนวณค่าของแรงเสียดทาน

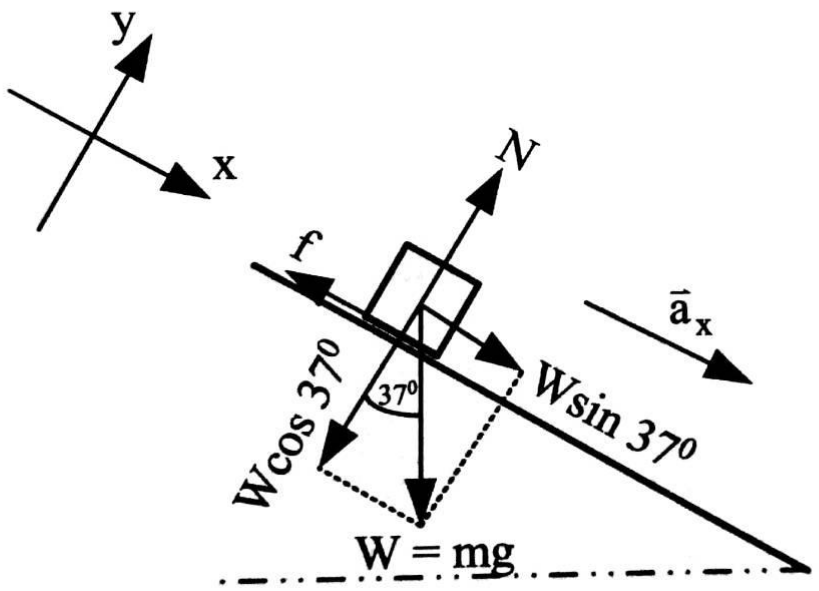
ค) จงหาค่าความเร่งของกล่อง

ง) จงคำนวณหาอัตราเร็วของกล่อง ณ จุดล่างสุดของพื้นเอียง



วิธีทำ

ก) มีแรงภายนอก 3 แรงที่กระทำบนกล่อง ดังแผนภาพของแรง ได้แก่ น้ำหนักของกล่อง คือ $W = mg = 3\ kg\ (9.8\ m/s^2) = 29.4\ N$ แรงเสียดทาน f และ แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก N



ข) เพื่อความสะดวกเลือกให้แกน x วางอยู่บนระนาบของพื้นเอียง โดยที่แกน y ตั้งฉากกับระนาบของพื้นเอียง จากกฎข้อที่ 2 สามารถเขียนเป็นสมการสเกลาร์ได้ 2 สมการ ดังนี้

$$\Sigma F_x = ma_x \quad (1)$$
$$\Sigma F_y = ma_y \quad (2)$$

จาก (1) และอาศัยรูปของข้อ ก) จะได้

$$W \sin(37^\circ) - f = ma_x \quad (3)$$

และ

$$N - W \cos(37^\circ) = 0 \quad (4)$$

ซึ่งทั้ง (3) และ (4) เป็นสมการการเคลื่อนที่ของกล่อง

จาก $f = \mu_k N$

และจาก (4) แทนลงไปจะได้

$$f = \mu_k W \cos(37^\circ)$$
$$= (0.2)(29.4)(0.8)\ N$$
$$= 4.7 \text{ นิวตัน}$$

ค) อาศัย (3) และ (5) จะได้

$$a_x = \frac{1}{m}[\, W \sin(37^o)\,]$$

$$= \frac{1}{3kg}[\, 29.4\,(0.6) - 4.7\ N\,]$$

$$= \frac{12.9 kg/m\cdot s^2}{3kg}$$

$$= 4.3 \quad \text{เมตร} / (\text{วินาที})^2$$

ง) ในเมื่อความเร่งของกล่องคงที่ จึงสามารถหาอัตราเร็วของกล่องได้จากนิพจน์สำหรับการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงดังต่อไปนี้

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a_x\,(x - x_0)$$

ในกรณีนี้ $v_0 = 0$ อยู่ที่จุดยอดของพื้นเอียง และ $(x - x_0) = 2$ เมตร ดังนั้น อัตราเร็วที่จุดต่ำสุดของพื้นเอียงจึงมีค่าเป็น

$$v^2 = 0 + 2\,(4.3\ m/s)\,(2\ m)$$

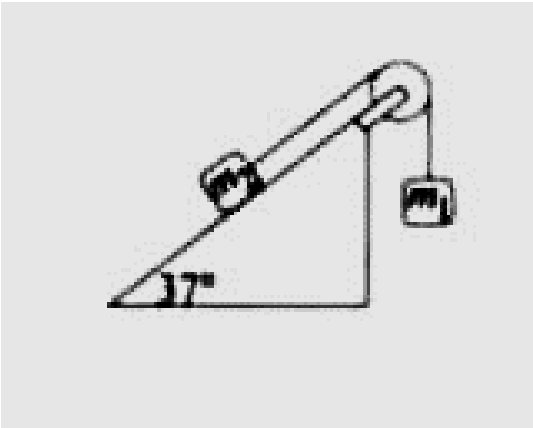
$$\therefore \quad v = 4.2 \quad \text{เมตร} / (\text{วินาที})^2$$

Example4.2

วัตถุมวล m_1 และ m_2 มีมวลเท่ากัน เท่ากับ 5 กิโลกรัม ผูกโยงกันด้วยเชือกเบาผ่านรอกลื่น ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เท่ากับ 0.25 จงหา

ก) ความเร่งเมื่อมวล m_1 เคลื่อนที่ลง

ข) ความเร่งเมื่อมวล m_1 เคลื่อนที่ขึ้น

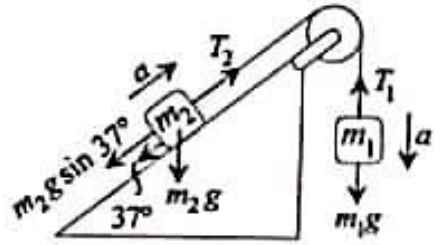


วิธีทำ ก. จากกฎข้อที่สองของนิวตัน $\Sigma F = ma$

เมื่อมวล m_1 เคลื่อนที่ลงพิจารณามวล m_1

$$m_1 g - T = m_1 a \qquad (1)$$

พิจารณามวล m_2



$$T - m_2 g \sin 37° - f = m_2 a$$

เมื่อ $f = \mu N = \mu m_2 g \cos 37°$

ดังนั้น $T - m_2 g \sin 37° - \mu m_2 g \cos 37° = m_2 a \qquad (2)$

นำสมการ (1) + (2) จะได้

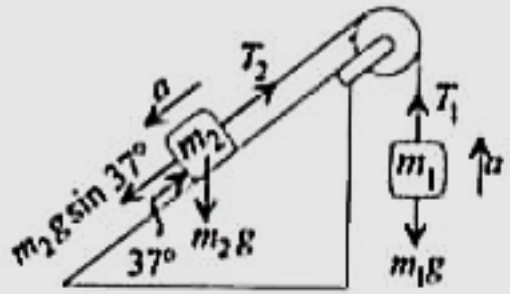
$$m_1 g - m_2 g \sin 37° - \mu m_2 g \cos 37° = (m_1 + m_2) a$$

ดังนั้น $$a = \frac{m_1 g - m_2 g \sin 37° - \mu m_2 g \cos 37°}{m_1 + m_2} \qquad (3)$$

$$a = \frac{(5\text{kg})(9.8\text{m/s}^2) - (5\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(0.6018) - (0.25)(5\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(0.7986)}{(5\text{kg} + 5\text{kg})}$$

$$a = 0.97 \quad \text{m/s}^2$$

(ข).



จากกฎข้อที่สองของนิวตัน $\Sigma F = ma$

พิจารณามวล m_1

เนื่องจากมวล m_1 เคลื่อนที่ขึ้น

$$T - m_1 g = m_1 a \qquad (4)$$

พิจารณามวล m_2

$$m_2 g \sin 37° - T - f = m_2 a$$

$$m_2 g \sin 37^\circ - T - \mu m_2 g \cos 37^\circ = m_2 a \qquad (5)$$

นำสมการ (4)+(5)

$$-m_1 g - m_2 g \sin 37^\circ - \mu m_2 g \cos 37^\circ = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{-m_1 g + m_2 g \sin 37^\circ - \mu m_2 g \cos 37^\circ}{m_1 + m_2}$$

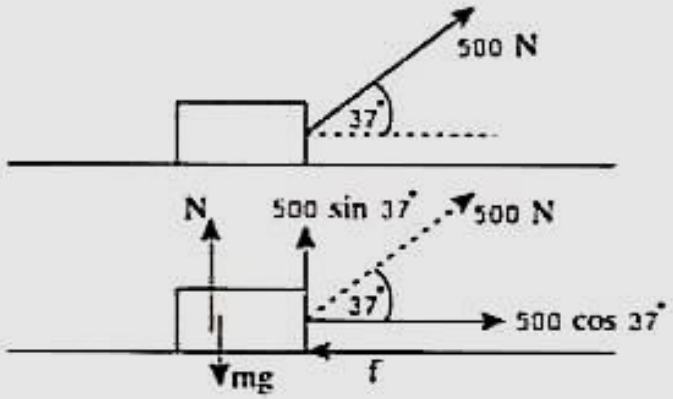
$$a = \frac{-(5\text{kg})(9.8\text{m/s}^2) + (5\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(0.6018) - (0.25)(5\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(0.798)}{(5\text{kg} + 5\text{kg})}$$

$$= 2.93 \quad \text{m/s}^2$$

เมื่อ m_1 เคลื่อนที่ขึ้นความเร่งมีค่า 2.93 เมตร/วินาที^{2} ตอบ

Example4.3

ดึงวัตถุมวล 40 กิโลกรัม ด้วยแรง 500 นิวตัน วัตถุวางอยู่บนพื้นที่มีสัมประสิทธิ์ของความเสียดทาน 0.4 ดังรูป จงหาความเร่งของวัตถุ



วิเคราะห์โจทย์

1. ใส่แรงที่กระทำต่อวัตถุให้ครบทุกแรง แล้วแตกแรงให้อยู่ในแนวการเคลื่อนที่ของวัตถุ และแนวตั้งฉากกับการเคลื่อนที่
2. หาความเร่งของการเคลื่อนที่โดยใช้สูตร

$$\Sigma F = ma$$

พิจารณาแรงในแนวดิ่ง

ได้ว่า $\Sigma\vec{F} = 0$

$N + 500\sin 37^\circ = mg$

$N = mg - 500\sin 37^\circ$

$= 40\,(10) - 500\,(\frac{3}{5})$

$\therefore N = 100\ N$

พิจารณาแรงในแนวระดับ

ได้ว่า $\Sigma F = ma$

$500\cos 37^\circ - f = ma$

$500\,(\frac{4}{5}) - \mu N = 40a$

$400 - 0.4\,(100) = 40a$

$\therefore a = 9\ m/s^2$

ดังนั้นวัตถุมีความเร่ง 9 เมตร/วินาที^{2}

แบบฝึกหัดบทที่ 4

1. ปล่อยกล่องจากยอดของพื้นเอียงมีความเสียดทาน ยาว 2 เมตร ทำมุม 10° กับแนวระดับ จงหา

    ก) ความเร่งของกล่องหลังจากปล่อย

    ข) เวลาที่กล่องเคลื่อนที่ลงมาถึงจุดปลายล่างของพื้นเอียง และ

    ค) อัตราเร็วของกล่อง ณ จุดปลายล่างของพื้นเอียง

2. ออกแรง 15 นิวตัน ในแนวระดับกระทำต่อกล่องให้เคลื่อนที่ไปบนพื้นราบผิวขรุขระ ถ้ากล่องมีมวล 2 กิโลกรัม และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเท่ากับ 0.4 จงหาความเร่งของกล่อง