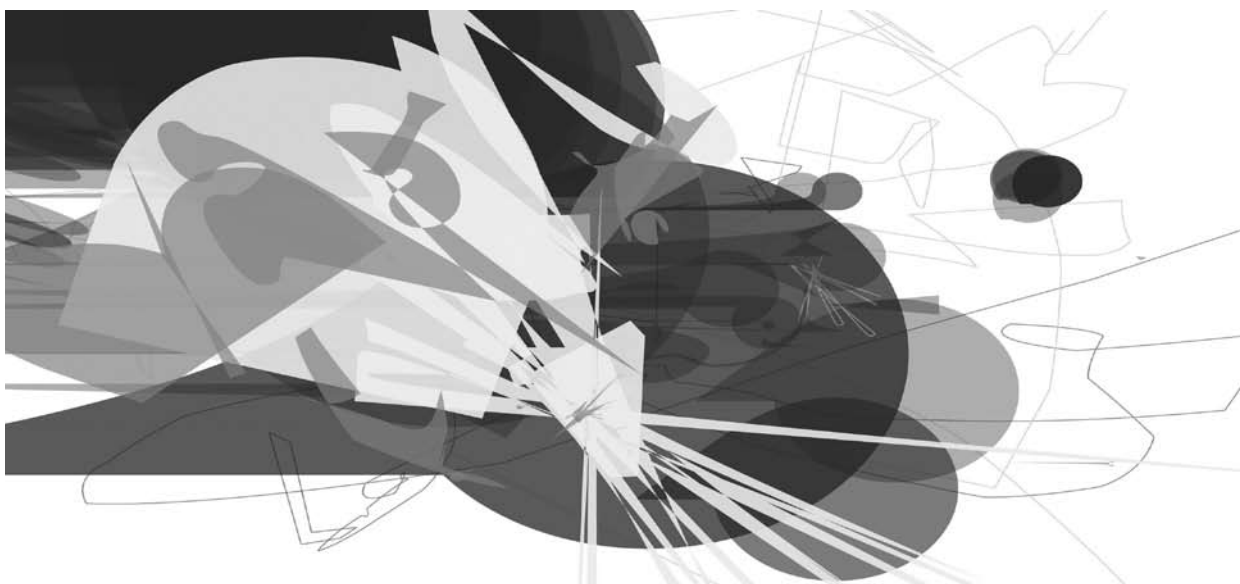


DOE ^{ตอน} Central Composite Design



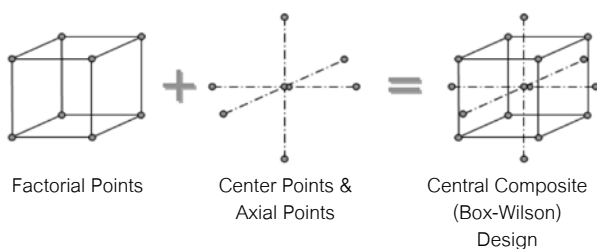
ในการทำ การออกแบบการทดลอง (design of experiment) หรือที่มักเรียกกันว่า DOE เราอาจต้องการศึกษากระบวนการที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นโค้ง (quadratic relationship) กล่าวคือ เมื่อตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งเพิ่มหรือลดค่า Response อาจเปลี่ยนแปลงในลักษณะที่ไม่เป็นเส้นตรง แต่มีลักษณะเป็นเส้นโค้งแทน เราจะสามารถพบกระบวนการต่าง ๆ ที่มีลักษณะเช่นนี้ได้อยู่บ่อย ๆ บางกระบวนการในหลายอุตสาหกรรม เช่น กระบวนการทางเคมี กระบวนการแปรรูปโลหะ เป็นต้น

วิศวกร นักวิจัย หรือนักวิทยาศาสตร์หลายคนที่เรียนรู้เรื่อง DOE มาไม่มากนัก เมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ดังกล่าว อาจไม่รู้ว่าจะใช้ DOE ศึกษาผลกระทบของตัวแปรดังกล่าวอย่างไรดี บางคนเรียนรู้เรื่อง Full Factorial Design มาบ้าง แต่ต้องการศึกษาตัวแปร 3 ตัว คำนวณจำนวน Runs (สภาวะของการทดลอง) ก็จะได้ว่าต้องการจำนวน Runs คือ $3^3 = 27$ Runs และหากต้องศึกษาตัวแปร 4 ตัว ก็ต้องใช้ $3^4 = 81$ Runs และหากศึกษา 5 ตัวแปรก็ $3^5 = 234$ Runs แนวทางดังกล่าวถือว่าไม่เหมาะสมสำหรับการทดลองในอุตสาหกรรม ซึ่งมีทรัพยากรสำหรับใช้ในการทำ DOE ที่จำกัด ทางออกของปัญหานี้ง่าย ๆ ทางหนึ่งก็คือ การใช้ Central Composite Design ซึ่งเป็นการทำ DOE สำหรับการศึกษาตัวแปรที่อาจมีความสัมพันธ์เชิงเส้นโค้ง แต่ใช้จำนวน Runs ไม่มากนัก เช่น ศึกษาตัวแปร 3 ตัวแปร ใช้เพียง 16 Runs ศึกษา 4 ตัวแปร ใช้เพียง 28 Runs และศึกษา 5 ตัวแปร ใช้เพียง 30 Runs จะเห็นได้ว่าใช้ทรัพยากรในการทดลองน้อยลงอย่างมาก ในขณะที่สามารถให้ Information จากการทดลองที่สำคัญไม่ต่างจาก Full Factorial มากนัก เรื่องนี้เป็นเรื่องที่น่าเสียดายอย่างหนึ่งก็คือ บุคลากรในหลายองค์กรที่จำเป็นต้องทำ DOE อยู่บ่อย ๆ กลับขาดความรู้ ความเข้าใจ หรือไม่ตระหนักถึงการทำ DOE แบบนี้ เรามาลองดูว่า Central Composite Design ที่ว่ามานั้นเป็นอย่างไรกัน

Central Composite Design เป็นอย่างไร ?

Central Composite Design (หรือ box-wilson design) เป็นการทดลองที่ 3 ระดับ (นิยมแทนด้วยสัญลักษณ์ -1, 0, +1) กล่าวคือ จะปรับตัวแปรที่ต้องการศึกษาไปตัวแปรละ 3 ค่า แต่แทนที่จะปรับตัวแปรแบบ Full Combination หรือ Full Factorial กลับเลือกบาง Runs หรือบางสภาวะการทดลองที่จำเป็น เพื่อให้ได้ข้อมูลเพียงพอต่อการสร้างแบบจำลองทางสถิติ โดย Model ที่ได้จะยังคงมีทั้ง Main Effect, Interaction และ Quadratic Terms โดยใช้ทรัพยากรไม่มากจนเกินไป

ตัวอย่างของ Central Composite Design สำหรับการศึกษาดัชนีตัวแปร 3 ตัว ถูกแสดงไว้ดังรูปที่ 1 และตารางที่ 1 ซึ่งจะเห็นได้ว่า DOE ประกอบไปด้วย 3 ส่วน คือ 1. **Factorial Points** ซึ่งในที่นี้เป็นการนำ 2-Level Full Factorial มาเป็นส่วนหนึ่งของการทดลองนั่นเอง 2. **Axial Points** เป็นการปรับค่าตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งในขณะที่ Fix ให้ค่าตัวแปรอื่นอยู่ที่ค่ากลาง (หรือค่า 0) และ 3. **Center Points** เป็นการปรับค่าของตัวแปรทุกตัวแปรที่ค่ากลาง (หรือค่า 0) สำหรับตัวอย่างในตารางที่ 1 เลือกค่า Alpha = 1 หรือ ระยะจาก Axial Point ไปยัง Center Point เป็น 1 ซึ่งค่าดังกล่าวมักจะเหมาะสมในทางปฏิบัติ (บางครั้งเรียก design ที่ alpha = 1 แบบนี้ว่า face centered design)



▲ รูปที่ 1 Central Composite Design สำหรับ 3 Factors

▼ ตารางที่ 1 การเก็บข้อมูลของ Central Composite Design

สำหรับ 3 Factors ที่ค่า Alpha = 1

A	B	C	Point Types
-1	-1	-1	Factorial Point
1	-1	-1	Factorial Point
-1	1	-1	Factorial Point
1	1	-1	Factorial Point
-1	-1	1	Factorial Point
1	-1	1	Factorial Point
-1	1	1	Factorial Point
1	1	1	Factorial Point
-1	0	0	Axial Point
1	0	0	Axial Point
0	-1	0	Axial Point
0	1	0	Axial Point
0	0	-1	Axial Point
0	0	1	Axial Point
0	0	0	Center Point
0	0	0	Center Point

ตัวอย่างการทำ Central Composite Design

ในกระบวนการบรรจุสารเคมีลงในภาชนะ วิศวกรต้องการที่จะบรรจุสารเคมีซึ่งอาจมีความหนืด (viscosity) ค่าต่าง ๆ ด้วยการปรับค่าความดัน (pressure) และเวลา เพื่อให้ได้ระดับ (level) ของสารเคมีตามที่ต้องการ ระดับที่ต้องการของผลิตภัณฑ์หนึ่งมีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 70 mm ตัวแปรที่ 3 ที่นำมาศึกษาคาดว่าอาจมีความสัมพันธ์แบบ Quadratic และ Interaction วิศวกรจึงทำ DOE แบบ Central Composite Design ดังตารางที่ 2 ซึ่งจะเห็นได้ว่าการปรับค่าของตัวแปรทั้ง 3 ตัวแปร ๆ ละ 3 ระดับ และมีการปรับตัวแปรต่าง ๆ 16 สภาวะ (สภาวะที่ 15 และ 16 เหมือนกัน) และ



แต่ละสภาวะมีการเก็บตัวอย่างมาวัดระดับของสารเคมี 3 ค่า บางครั้งเรียกการเก็บข้อมูลซึ่งไม่มีการ Setup ให้แบบนี้ว่า Repetition ซึ่งมักจะมีความเหมาะสมในการทำ DOE ในอุตสาหกรรมจริง

▼ ตารางที่ 2 การเก็บข้อมูลของ Central Composite Design

สำหรับกระบวนการบรรจุสารเคมี

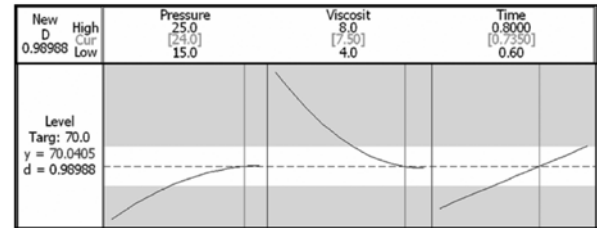
	Pressure	Viscosity	Time		Level_1	Level_2	Level_3
1	15	4	0.6		72.5	74.3	74.7
2	25	4	0.6		79.9	79.6	79.7
3	15	8	0.6		51.3	51.4	52.0
4	25	8	0.6		63.1	57.3	65.8
5	15	4	0.8		85.6	85.0	86.4
6	25	4	0.8		93.0	92.5	92.7
7	15	8	0.8		60.8	66.5	60.6
8	25	8	0.8		74.1	74.4	73.3
9	15	6	0.7		63.6	58.5	62.5
10	25	6	0.7		72.8	75.9	70.1
11	20	4	0.7		86.4	86.8	86.4
12	20	8	0.7		60.0	62.5	66.3
13	20	6	0.6		66.1	60.2	64.0
14	20	6	0.8		76.2	80.8	78.1
15	20	6	0.7		70.0	69.8	71.2
16	20	6	0.7		66.5	72.0	70.4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตารางที่ 2 ด้วยโปรแกรมทางสถิติทำให้ได้ Model หรือสมการทางสถิติดังนี้

$$\begin{aligned} \text{Level} = & 56.9638 + 4.31724 * \text{Pressure} - 22.4159 * \text{Viscosity} \\ & + 62.7133 * \text{Time} - 0.101339 * \text{Pressure}^2 \\ & + 1.24496 * \text{Viscosity}^2 + 0.110167 * \text{Pressure} * \text{Viscosity} \end{aligned}$$

จะเห็นว่า Model จะมีทั้ง Main Effect (เช่น pressure) Interaction Term (pressure * viscosity) และ Quadratic Term (เช่น pressure²) ข้อได้เปรียบของ Central Composite Design ที่เหนือ 2-Level Full Factorial ก็คือ การได้ Quadratic Terms ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์เชิงเส้นโค้งนั่นเอง เมื่อนำค่าตัวแปรดังกล่าวไปแทนค่าใน Model ก็จะทำให้เราสามารถเลือกปรับค่าตัวแปรต่าง ๆ ให้เหมาะสมได้ดังตัวอย่างการวิเคราะห์ข้อมูลด้วย Response Optimizer ใน MINTAB แนวทางนี้จะทำให้เราสามารถประมาณผลกระทบของความสัมพันธ์ซึ่งมีลักษณะ

เป็นเส้นโค้งได้ดีขึ้น และจากตัวอย่างนี้จะสังเกตได้ว่าเรายังสามารถเลือกปรับค่า Pressure และ Viscosity ให้อยู่ในตำแหน่งซึ่งใกล้เคียง หรือจุดต่ำสุดของเส้นโค้งได้ การปรับค่าในลักษณะดังกล่าวจะทำให้กระบวนการมีความผันแปรเปลี่ยนไปไม่มากหากค่า Pressure และ Viscosity ของกระบวนการมีความผันแปรไป (เรียกเทคนิคนี้ว่า taking advantage of quadratic relationship)



▲ รูปที่ 2 การแทนค่าตัวแปรใน Model ด้วยการใช้ Response Optimizer ใน MINITAB

จากตัวอย่างดังกล่าวจะเห็นได้ bahwaเราสามารถศึกษาผลกระทบของตัวแปรซึ่งมีความสัมพันธ์เชิงเส้นโค้งและหาสภาวะที่เหมาะสมในการปรับค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการได้โดยใช้จำนวนการทดลองไม่มากนัก ผู้เขียนคิดว่าคงจะดีไม่น้อยหากวิศวกร นักวิทยาศาสตร์ นักวิจัยหรือบุคลากรด้านคุณภาพในองค์กรจะเรียนรู้ที่จะประยุกต์ใช้ Central Composite Design ในการปรับปรุงคุณภาพผลิตภัณฑ์และกระบวนการในองค์กรต่อไป for

หากมีข้อสงสัยหรือคำติชมโปรดติดต่อ ดร.จรัล ทรัพย์เสรี
โทรศัพท์: 089-202-8577
E-mail: jaransabseree@hotmail.com
หรือตั้งกระทู้ถามผู้เขียน (นามแฝง Jedi Master)
ได้ที่ www.managerroom.com