การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15

แบบจำลองคณิตศาสตร์ของเครื่องปรับอากาศบ้านพักอาศัยที่ใช้คอมเพรสเซอร์แบบเปลี่ยนแปลงความเร็วรอบ

Mathematical Model of Household Air-conditioners using a Variable Speed Compressor

วุฒิศักดิ์ ธรรมบัญชาชีพ สุนันทณี กลิ่นคล้ายกัน สุวัฒน์ กุลธนปรีดา และ วีระ จันทร์วัฒนะ
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
กรุงเทพฯ 10800 โทร 02-9132500 โทรสาร 02-5870026

W. Thumbunchacheep, S. Klinkhlaikan, S. Kuntanapreeda, and V. Chanvattana
Department of Mechanical Engineering, King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok
Bangkok 10800, Thailand, Tel: 02-9132500, Fax: 02-5870026

บทคัดย่อ

บทความนี้เป็นการศึกษาสมการแบบจำลองคณิตศาสตร์ของเครื่องปรับอากาศบ้านพักอาศัยที่ใช้คอมเพรสเซอร์แบบเปลี่ยนแปลงความเร็วรอบ สมการแบบจำลองนี้เป็นงานเริ่มต้นที่หาโดย He, Liu และ Asada [1] และเป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญที่ไม่เป็นเชิงเส้นอันดับที่ 13 ซึ่งหาจากการประมาณแบบก้อน (lump approximation) ความถูกต้องหรือใช้ได้ของแบบจำลองตรวจสอบโดยการเปรียบเทียบผลตอบสนองจากการจำลองการทำงานในคอมพิวเตอร์ของแบบจำลองกับผลตอบสนองจริงที่วัดจากเครื่องปรับอากาศ ผลตอบสนองที่ทำการวัดประกอบด้วย ความดันด้านทางเข้าของอีแวปอเรเตอร์ อุณหภูมิของท่อแลกเปลี่ยนความร้อนของอีแวปอเรเตอร์ และอุณหภูมิของท่อแลกเปลี่ยนความร้อนของคอนเดนเซอร์ ผลลัพธ์การเปรียบเทียบพบว่าผลตอบสนองที่ได้จากการจำลองมีความสอดคล้องกับผลตอบสนองจริงอย่างดี ดังนั้นในการศึกษาขั้นต้นนี้สามารถสรุปได้ว่าแบบจำลองนี้ใช้ได้ดีพอเพียงสำหรับการเป็นตัวแทนของระบบจริงที่จะใช้สำหรับการศึกษาการควบคุมต่อไป

Abstract

This paper studies a mathematical model of household air-conditioners that use a variable speed compressor. The model is the original work of He, Liu, and Asada [1] and is a 13-order nonlinear ordinary differential equation, which is derived from lump approximation. The validity of the model is verified by comparing the computer simulation responses of the model with the actual responses measured from an air-conditioner. The measured responses consist of pressure at the inlet of the evaporator, temperature of the evaporator's heat exchange tube, and temperature of the condenser's heat exchange tube. The comparison results showed that the simulated responses match very well with the actual ones. Therefore, in this preliminary study it can be concluded that the model is sufficiently being a representative of the actual system for later control design proposes.

1. บทนำ

เนื่องจากความต้องการพลังงานมีมากขึ้นทุกปีในขณะที่ความสามารถในการผลิตพลังงานมีอยู่อย่างจำกัด ดังจะเห็นได้ว่ามีการรณรงค์ในเรื่องการช่วยกันประหยัดพลังงานมากขึ้น โดยประมาณร้อยละ 60 ของพลังงานไฟฟ้าที่ใช้ในบ้านพักอาศัยจะถูกใช้ในส่วนของเครื่องปรับอากาศ และส่วนประกอบของเครื่องปรับอากาศที่ใช้พลังงานไฟฟ้ามากคือคอมเพรสเซอร์ ซึ่งการทำงานของคอมเพรสเซอร์ของเครื่องปรับอากาศที่พบเห็นทั่วไปจะทำงานตามอุปกรณ์ควบคุมอุณหภูมิที่เรียกว่าเทอร์โมสตัท (Thermostat) โดยจะทำหน้าที่ตัดต่อวงจรไฟฟ้าที่ให้กับคอมเพรสเซอร์เพื่อให้อุณหภูมิภายในห้องอยู่ในช่วงที่ต้องการ ทำให้เครื่องปรับอากาศมีลักษณะการทำงานแบบเปิด-ปิด (On-Off) ส่งผลให้ประสิทธิภาพการใช้พลังงานลดลง

การที่เครื่องปรับอากาศทำงานแบบเปิด-ปิดทำให้เกิด cycling loss และประสิทธิภาพการทำงานที่สภาวะคงตัว (steady-state efficiency) ของระบบลดลง เนื่องจากการสูญเสียพลังงานในช่วงเริ่มต้นเมื่อคอมเพรสเซอร์ทำงาน อีกทั้งการทำงานแบบเปิด-ปิดนี้ยังทำให้ระดับอุณหภูมิที่ควบคุมไม่สม่ำเสมอและเป็นการลดค่า reliability ของระบบด้วย [2-3] จากสาเหตุเหล่านี้ทำให้เกิดแนวความคิดในการวิจัยและพัฒนาเครื่องปรับอากาศที่สามารถเปลี่ยนแปลงความเร็วรอบของคอมเพรสเซอร์ให้ทำงานสอดคล้องตามภาระความร้อนจริงในห้อง

บทความนี้เป็นการศึกษาสมการแบบจำลองคณิตศาสตร์ของเครื่องปรับอากาศบ้านพักอาศัยที่ใช้คอมเพรสเซอร์แบบเปลี่ยนแปลงความเร็วรอบเพื่อใช้สำหรับการศึกษาการควบคุมต่อไป ความถูกต้องของแบบจำลองจะตรวจสอบโดยการเปรียบเทียบผลตอบสนองจากการจำลองการทำงานในคอมพิวเตอร์กับผลตอบสนองที่วัดได้จริงจากเครื่องปรับอากาศ

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

สมการแบบจำลองคณิตศาสตร์ของเครื่องปรับอากาศที่ใช้ในงานวิจัยนี้ เป็นงานเริ่มต้นที่หาโดย He, Liu และ Asada [1] โดยเป็นสมการแบบ lump model แบบจำลองของทั้งระบบประกอบขึ้นจากสมการคณิตศาสตร์ของอีแวปอเรเตอร์ (evaporator) คอนเดนเซอร์ (condenser) คอมเพรสเซอร์ (compressor) และวาล์วลดความดัน (expansion valve) โดยรวมกันแล้วได้เป็นสมการอนุพันธ์สามัญที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่มีค่าอันดับเท่ากับ 13

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอีแวปอเรเตอร์ประกอบด้วย สมการสมดุลมวล สมการสมดุลโมเมนตัม และสมการสมดุลพลังงาน ตามลำดับ ดังนี้

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial z} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 + P)}{\partial z} = -\frac{4}{D}\mu \frac{1}{2}\rho u^2 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho i - P)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u i)}{\partial z} = \frac{4}{D} h_i (T_w - T) \qquad (3)$$

โดยที่ ρ คือ ความหนาแน่นของสารทำความเย็น

D คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน

u คือ ความเร็วการไหลในแนวแกนของท่อ

z คือ ระยะทางตามแนวแกนของท่อ

T_w คือ อุณหภูมิของผนังท่อ

T คือ อุณหภูมิของสารทำความเย็น

P คือ ความดันของสารทำความเย็น

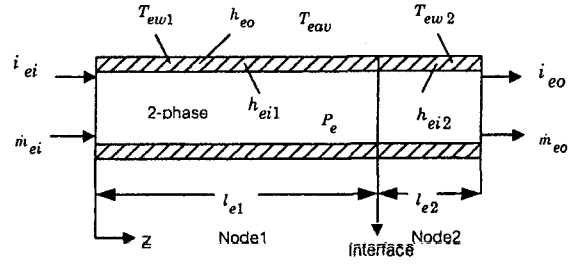
i คือ ค่าเอนทาลปีของสารทำความเย็นภายในท่อของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน

μ คือ ค่าความหนืดพลศาสตร์ของสารทำความเย็น

h คือ ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน

โดยทั่วไปแล้วความดันสูญเสียอันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมและความเสียดทานมีค่าน้อยมาก ทำให้เราสามารถตัดสมการสมดุลโมเมนตัมออกได้

พิจารณาสารทำความเย็นที่ไหลในท่อของตัวอีแวปอเรเตอร์เป็นสองช่วง ดังแสดงในรูปที่ 1 ซึ่งประกอบด้วยช่วงที่สารทำความเย็นเป็นแบบสองสถานะ (two-phase) และช่วงที่สารทำความเย็นเป็นไอดง (super-heated vapor) จะได้ตัวแปรสภาวะของระบบที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาทั้งหมด 9 ตัวแปร ประกอบด้วย (1) ความยาว l_{e1} ของท่อที่เป็นช่วงสองสถานะ (2) ความดัน P_e ของสารทำความเย็น (3) ค่าเอนทาลพี i_{eo} ของสารทำความเย็นที่ไหลออกจากตัวอีแวปอเรเตอร์ (4) ค่าอุณหภูมิ T_{ew1} ที่ผนังท่อในช่วงสองสถานะ (5) ค่าอุณหภูมิ T_{ew2} ที่ผนังท่อในช่วง superheated vapor (6) ค่าอุณหภูมิ T_{eav} ของอากาศภายในห้อง (7) อัตราไหลเชิงมวล $\dot{m}_{ei}$ ของสารทำความเย็นที่ไหลเข้าท่ออีแวปอเรเตอร์ (8) อัตราไหลเชิงมวล $\dot{m}_{eo}$ ของสารทำความเย็นที่ไหลออกจากตัวอีแวปอเรเตอร์ และ (9) ค่าเอนทาลพี i_{ei} ของสารทำความเย็นที่ไหลเข้าท่ออีแวปอเรเตอร์ โดยที่สามตัวแปรหลังจะเป็นตัวแปรอินพุทของอีแวปอเรเตอร์



รูปที่ 1 การแบ่งช่วงตัวแปร lump ของอีแวปอเรเตอร์

จากการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และจัดรูปใหม่ สุดท้ายสามารถเขียนสมการคณิตศาสตร์ของอีแวปอเรเตอร์ในรูปแบบสมการสเตทได้ดังนี้

$$\dot{x}_e = D_e^{-1} f_e(x_e, u_e)$$

โดยที่เวกเตอร์ของตัวแปรสเตทคือ

$$x_e = [l_{e1} \quad P_e \quad i_{eo} \quad T_{ew1} \quad T_{ew2} \quad T_{eav}]^T$$

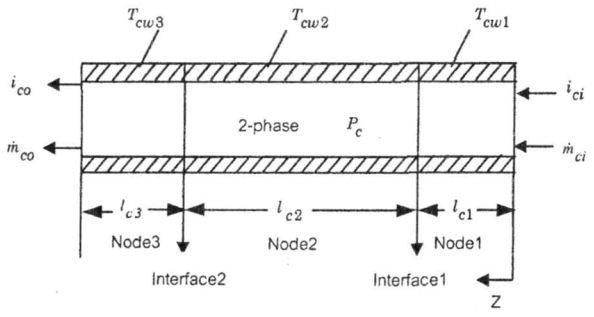
ตัวแปรอินพุทคือ

$$u_e = [\dot{m}_{ei} \quad i_{ei} \quad \dot{m}_{eo}]^T$$

โดยที่รายละเอียดของสมการได้แสดงไว้ในภาคผนวก และสามารถหาดูรายละเอียดของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้จาก [1, 4]

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอนเดนเซอร์สามารถหาได้เช่นเดียวกันกับการหาแบบจำลองของอีแวปอเรเตอร์ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น โดยทางด้านคอนเดนเซอร์จะพิจารณาการไหลของสารทำความเย็นเป็น 3 ช่วง ซึ่งประกอบด้วยช่วงที่ 1 ซึ่งเป็นช่วงไอดง (superheated vapor) ช่วงที่ 2 เป็นช่วงสองสถานะ (two-phase) และช่วงที่ 3 ซึ่งเป็นช่วงของเหลว (subcooled liquid) ดังแสดงในรูปที่ 2 โดยมีตัวแปรที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาทั้งหมด 10 ตัวแปร ประกอบด้วย (1) ความยาว l_{c1} ของท่อช่วง node 1 (2) ความยาว l_{c2} ของท่อช่วง node 2 (3) ความดัน P_c ของสารทำความเย็น (4) ค่าเอนทาลพี i_{eo} ของสารทำความเย็นที่ไหลออกจากคอนเดนเซอร์ (5) ค่าอุณหภูมิ T_{cw1} ที่ผนังของท่อในช่วง node 1 (6) ค่าอุณหภูมิ T_{cw2} ที่ผนังของท่อในช่วง node 2 (7) ค่าอุณหภูมิ T_{cw3} ที่ผนังท่อในช่วง node 3 (8) อัตราไหลเชิงมวล $\dot{m}_{ci}$ ของสารทำความเย็นที่ไหลเข้าคอนเดนเซอร์ (9) อัตราไหลเชิงมวล $\dot{m}_{co}$ ของสารทำความเย็นที่ไหลออกจากคอนเดนเซอร์ และ (10)

ค่าเอนธาลพี i_{ci} ของสารทำความเย็นที่ไหลเข้าตัวคอนเดนเซอร์ โดยที่สามตัวแปรหลังจะเป็นตัวแปรอินพุทของคอนเดนเซอร์



รูปที่ 2 การแบ่งช่วงตัวแปร lump ของตัวคอนเดนเซอร์

จากการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และจัดรูปใหม่ลักษณะเดียวกันกับอีแวปอเรเตอร์ จะได้สมการคณิตศาสตร์ของคอนเดนเซอร์ในรูปแบบสมการสเตท (State Equation) ได้ดังนี้

$$\dot{x}_c = D_c^{-1} f_c(x_c, u_c)$$

โดยที่ตัวแปรสเตทคือ

$$x_c = \begin{bmatrix} l_{c1} & l_{c2} & P_c & i_{co} & T_{cw1} & T_{cw2} & T_{cw3} \end{bmatrix}^T$$

ตัวแปรอินพุทคือ

$$u_c = \begin{bmatrix} \dot{m}_{ci} & i_{ci} & \dot{m}_{co} \end{bmatrix}^T$$

โดยที่รายละเอียดของสมการได้แสดงไว้ในภาคผนวก และสามารถหาดูรายละเอียดของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้จาก [1, 4]

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวาล์วลดความดันได้จากการพิจารณาสมการความต่อเนื่องและสมการเบอร์นูลีของการไหลผ่านตัววาล์ว ซึ่งจะได้อัตราการไหลของสารทำความเย็น ดังนี้

$$\dot{m}_v = C_v A_v \sqrt{\rho_v (P_c - P_e)}$$

แบบจำลองสุดท้ายคือแบบจำลองของคอมเพรสเซอร์ ซึ่งจากการพิจารณาถึงอัตราการไหลของสารทำความเย็นที่ไหลผ่านคอมเพรสเซอร์นั้น จะได้ความสัมพันธ์ของอัตราการไหลเชิงมวลของสารทำความเย็น ดังนี้

$$\dot{m}_c = \omega V_c \rho_c \left[1 + C_c - C_c \left(\frac{P_c}{P_e} \right)^{1/n} \right]$$

ดังนั้นแบบจำลองของเครื่องปรับอากาศทั้งหมดสามารถหาได้จากการรวมกันของสมการแบบจำลองของตัวอีแวปอเรเตอร์ สมการแบบจำลองของคอนเดนเซอร์ สมการแบบจำลองของวาล์วลดความดัน และสมการของคอมเพรสเซอร์ ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ซึ่งสมการแบบจำลองของเครื่องปรับอากาศที่ได้นี้จะเป็นสมการอนุพันธ์แบบไม่เป็นเชิงเส้นที่มีค่าลำดับเท่ากับ 13 โดยเขียนในรูปของสมการสถานะ (State Equation) ได้ดังนี้

$$\dot{x} = g(x, u)$$

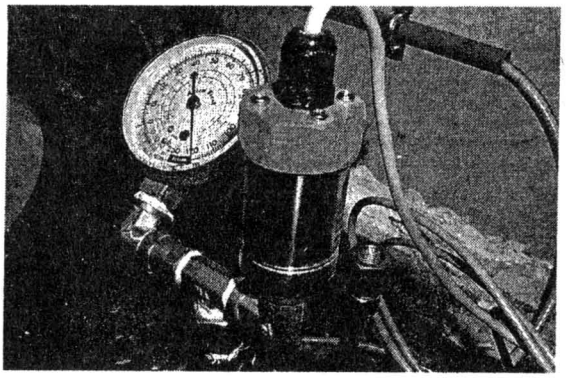
โดยที่ $u = \omega$ คือความเร็วรอบของคอมเพรสเซอร์ซึ่งเป็นตัวแปรอินพุท และ $x = \left\{ x_e^T \quad x_c^T \right\}^T$ คือตัวแปรสเตทมีขนาดเท่ากับ 13 ซึ่งประกอบขึ้นจากตัวแปรสเตทของอีแวปอเรเตอร์และของคอนเดนเซอร์

3. การตรวจสอบแบบจำลอง

การตรวจสอบความใช้ได้หรือถูกต้องของสมการแบบจำลองกระทำโดยการเปรียบเทียบค่าจากการจำลองในคอมพิวเตอร์กับสัญญาณตอบสนองที่วัดได้จากการทดลองกับเครื่องปรับอากาศจริง โดยเครื่องปรับอากาศที่ใช้ในงานวิจัยนี้เป็นเครื่องปรับอากาศ Seijo-Denki รุ่น SNN-17T ซึ่งเป็นเครื่องปรับอากาศประเภทแยกส่วนขนาด 17,000 BTU/hr ใช้คอมเพรสเซอร์ขนาด 1.5 kW และใช้น้ำยา R22 เป็นสารทำความเย็น ติดตั้งอยู่ในห้องสี่เหลี่ยมขนาด 27 m^3 ที่มีการบุด้วยใยแก้วกันความร้อนที่ผนังรอบห้อง การเก็บข้อมูลจะทำโดยการวัดสัญญาณผลตอบสนองจากการเปิดปิดคอมเพรสเซอร์เป็นช่วงๆ โดยติดตั้งอุปกรณ์วัดหลักประกอบด้วย ชุดวัดความดัน ชุดวัดอุณหภูมิ และชุดบันทึกสัญญาณ ดังนี้

ชุดวัดความดัน

ชุดวัดความดันในงานวิจัยนี้ใช้สำหรับการวัดความดันภายในของสารทำความเย็น ประกอบด้วย ตัว Pressure Transducer ใช้สำหรับวัดความดันด้านอีแวปอเรเตอร์ ดังแสดงในรูปที่ 3 ตัว Pressure Transducer ที่ใช้นี้มีช่วงการใช้งาน 0-10 bar เป็นชนิดไดอะแฟรมทำจากเซรามิก ให้สัญญาณผลลัพธ์เป็นสัญญาณกระแสไฟฟ้า 4-20mA ซึ่งเชื่อมต่อได้โดยตรงกับชุดบันทึกสัญญาณ

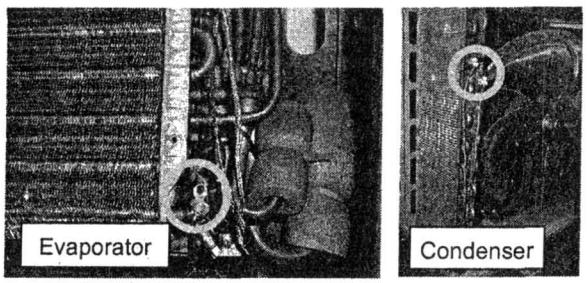


รูปที่ 3 แสดงการติดตั้ง Pressure Transducer

ชุดวัดอุณหภูมิ

ชุดวัดอุณหภูมิในงานวิจัยนี้ใช้ Thermocouple Type K จำนวน 2 เส้น เป็นอุปกรณ์หยั่งสัญญาณ (Sensors) โดยที่ Thermocouple ถูกหุ้มด้วยฉนวน Stainless Steel และเป็นแบบหางปลาใช้ขันยึดติดกับผิว

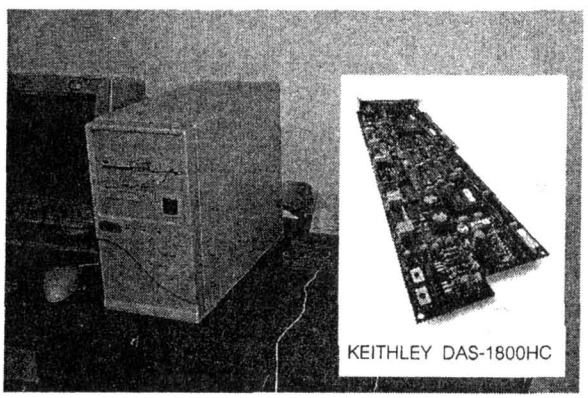
ท่อ ใช้วัดอุณหภูมิที่ผิวท่อของอีแวปอเรเตอร์และคอนเดนเซอร์ ดังแสดงในรูปที่ 4 และใช้ Thermocouple Transmitter ในการแปลงค่าเป็นสัญญาณกระแสไฟฟ้า 4-20mA สำหรับส่งผ่านค่าให้กับชุดบันทึกสัญญาณต่อไป



รูปที่ 4 แสดงการติดตั้ง Thermocouple

ชุดบันทึกสัญญาณ

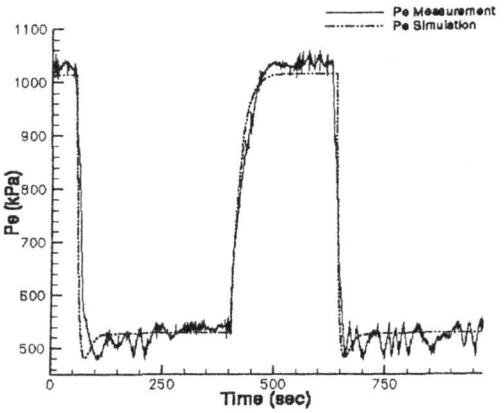
ชุดบันทึกสัญญาณที่ใช้ประกอบด้วยคอมพิวเตอร์และการ์ดเชื่อมต่อสัญญาณ DAS-1800HC ผลิตโดยบริษัท Keithley Instruments, Inc. ซึ่งติดตั้งอยู่ภายในเครื่องคอมพิวเตอร์ ดังแสดงในรูปที่ 5



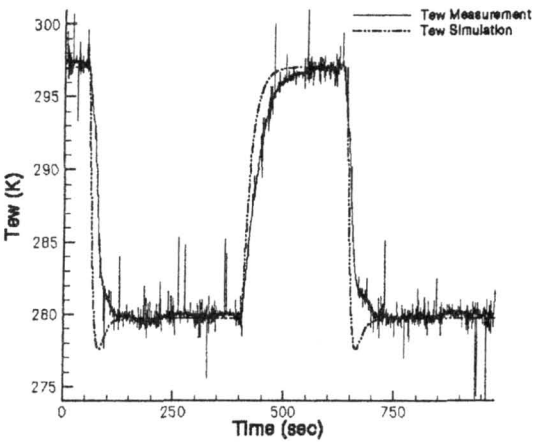
รูปที่ 5 คอมพิวเตอร์และการ์ด DAS-1800HC

4. ผลลัพธ์การเปรียบเทียบ

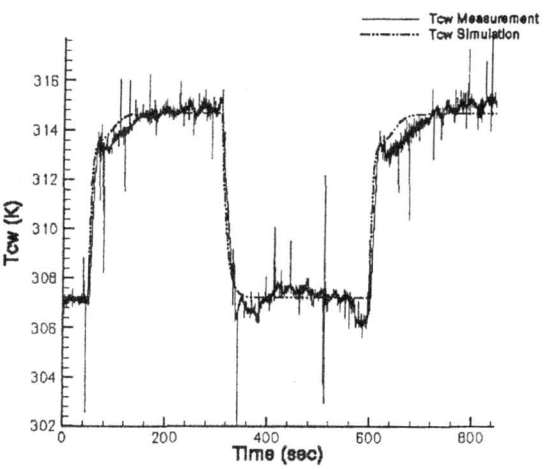
รูปที่ 6 แสดงผลการเปรียบเทียบความดันด้านอีแวปอเรเตอร์จากการวัดค่าสัญญาณตอบสนองจากเครื่องปรับอากาศจริงและค่าจากการจำลองการทำงานในคอมพิวเตอร์ จะสังเกตพบว่าความดันด้านอีแวปอเรเตอร์จะลดต่ำลงเมื่อคอมเพรสเซอร์ของเครื่องปรับอากาศทำงานและความดันจะเพิ่มขึ้นเมื่อคอมเพรสเซอร์หยุดทำงาน และผลลัพธ์ของการเปรียบเทียบอุณหภูมิที่ผิวท่อด้านอีแวปอเรเตอร์ที่ได้จากการวัดค่าและจากการจำลองจะเป็นไปในทิศทางเดียวกันกับค่าความดัน ดังแสดงในรูปที่ 7 ในส่วนของคอนเดนเซอร์ค่าที่วัดได้คืออุณหภูมิที่ผิวท่อ ซึ่งผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 8 จะตรงกันข้ามกับค่าอุณหภูมิของผิวท่อด้านอีแวปอเรเตอร์ คือ อุณหภูมิที่ผิวท่อด้านคอนเดนเซอร์จะเพิ่มขึ้นเมื่อคอมเพรสเซอร์ทำงานและจะลดต่ำลงเมื่อคอมเพรสเซอร์หยุดทำงาน



รูปที่ 6 เปรียบเทียบความดันด้านอีแวปอเรเตอร์



รูปที่ 7 เปรียบเทียบอุณหภูมิที่ผิวท่อของอีแวปอเรเตอร์



รูปที่ 8 เปรียบเทียบอุณหภูมิที่ผิวท่อของคอนเดนเซอร์

จากการเปรียบเทียบข้างต้นพบว่าค่าผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองการทำงานในคอมพิวเตอร์โดยใช้แบบจำลองมีความใกล้เคียงกับค่าสัญญาณที่วัดได้จากเครื่องปรับอากาศในระดับที่น่าพอใจ และสามารถสรุปได้ว่าแบบจำลองที่ได้มานั้นมีความใกล้เคียงกับระบบจริงมากเพียงพอที่จะเชื่อถือได้ว่าแบบจำลองสามารถใช้เป็นตัวแทนของระบบจริงในการศึกษาการควบคุมต่อไปได้

เอกสารอ้างอิง

[1] Xiang-Dong He, Sheng Liu, and Haruhiko H. Asada, "Modeling of vapor compression cycle for multivariable feedback control of HVAC systems", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, June 1997, Vol.119,pp.183-191

[2] S.A.Tassou and T.Q.Qureshi, "Comparative performance evaluation of positive displacement compressors in variable-speed refrigeration applications", Int. J. Refrig., Vol. 21, No. 1, page 29-41, 1998

[3] T.Q.Qureshi and S.A.Tassou,"Variable-Speed capacity control in refrigeration systems", Applied Thermal Engineering,Vol16,No.2,1996,pp.103-113

[4] สุวัฒน์ กุลธนปรีดา, การศึกษาการควบคุมขั้นต้นเพื่อการประหยัดพลังงานของเครื่องปรับอากาศที่ใช้คอมเพรสเซอร์ที่เปลี่ยนความเร็วรอบได้, รายงานวิจัยคณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, พ.ศ. 2543

ภาคผนวก

สมการแบบจำลองคณิตศาสตร์ของอีแวปอเรเตอร์สามารถเขียนในรูปแบบสมการสเตท (State Equation) ได้ดังนี้

$$\dot{x}_e = D_e^{-1} f_e(x_e, u_e)$$

โดยที่เวกเตอร์ของตัวแปรสเตทคือ

$$x_e = \begin{bmatrix} l_{e1} & P_e & i_{eo} & T_{ew1} & T_{ew2} & T_{eav} \end{bmatrix}^T$$

ตัวแปรอินพุทคือ

$$u_e = \begin{bmatrix} \dot{m}_{ei} & i_{ei} & \dot{m}_{eo} \end{bmatrix}^T$$

และ

$$f_e = \begin{bmatrix} \dot{m}_{ei} i_{ei} - \dot{m}_{ei} i_{eg} + h_{ei1} \pi D_{ei} l_{e1} (T_{ew1} - T_{er1}) \\ \dot{m}_{eo} i_{eg} - \dot{m}_{eo} i_{eo} + h_{ei2} \pi D_{ei} l_{e2} (T_{ew2} - T_{er2}) \\ \dot{m}_{ei} - \dot{m}_{eo} \\ h_{ei1} \pi D_{ei} (T_{er1} - T_{ew1}) + h_{eo} \pi D_{eo} (T_{ea} - T_{ew1}) \\ h_{ei2} \pi D_{ei} (T_{er2} - T_{ew2}) + h_{eo} \pi D_{eo} (T_{ea} - T_{ew2}) \\ h_{eo} \pi D_{eo} l_{e1} (T_{ew1} - T_{eav}) + h_{eo} \pi D_{eo} l_{e2} (T_{ew2} - T_{eav}) \end{bmatrix}$$

$$D_e = \begin{bmatrix} d_{e11} & d_{e12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{e21} & d_{e22} & d_{e23} & 0 & 0 & 0 \\ d_{e31} & d_{e32} & d_{e33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{e44} & 0 & 0 \\ d_{e51} & 0 & 0 & 0 & d_{e55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{e66} \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$d_{e11} = -A_e (1 - \gamma_e) \rho_{e1} i_{efg}$$

$$d_{e12} = A_e l_{e1} \left(-(1 - \bar{\gamma}_e) \frac{d(\rho_{e1} i_{efg})}{dP_e} + \rho_{e1} \frac{di_{eg}}{dP_e} - 1 \right)$$

$$d_{e21} = -\frac{1}{2} A_e (i_{eo} - i_{eg}) \rho_{e2}$$

$$d_{e22} = A_e l_{e2} \left(0.5 \rho_{e2} \frac{di_{eg}}{dP_e} + 0.5 (i_{eo} - i_{eg}) \frac{\partial \rho_{e2}}{\partial P_e} - 1 \right)$$

$$d_{e23} = A_e l_{e2} (0.5 \rho_{e2} + 0.5 (i_{eo} - i_{eg}) \frac{\partial \rho_{e2}}{\partial i_{eo}})$$

$$d_{e31} = A_e (\rho_{e1} - \rho_{e2})$$

$$d_{e32} = A_e \left(l_{e1} \frac{d\rho_{e1}}{dP_e} + l_{e2} \frac{\partial \rho_{e2}}{\partial P_e} \right)$$

$$d_{e33} = A_e l_{e2} \frac{\partial \rho_{e2}}{\partial i_{eo}}$$

$$d_{e34} = (C_p \rho A)_{ew}$$

$$d_{e51} = (C_p \rho A)_{ew} \frac{T_{ew1} - T_{ew2}}{l_{e2}}$$

$$d_{e55} = (C_p \rho A)_{ew}$$

$$d_{e66} = (\rho C V)_{room}$$

สมการแบบจำลองคณิตศาสตร์ของคอนเดนเซอร์สามารถเขียนในรูปแบบสมการสเตท (State Equation) ได้ดังนี้

$$\dot{x}_c = D_c^{-1} f_c(x_c, u_c)$$

โดยที่ตัวแปรสเตทคือ

$$x_c = \begin{bmatrix} l_{c1} & l_{c2} & P_c & i_{co} & T_{cw1} & T_{cw2} & T_{cw3} \end{bmatrix}^T$$

ตัวแปรอินพุทคือ

$$u_c = \begin{bmatrix} \dot{m}_{ci} & i_{ci} & \dot{m}_{co} \end{bmatrix}^T$$

และ

$$f_c = \begin{bmatrix} \dot{m}_{ci} i_{ci} - \dot{m}_{ci} i_{cg} + h_{ci1} \pi D_{ci} l_{c1} (T_{cw1} - T_{cr1}) \\ \dot{m}_{co} i_{cg} - \dot{m}_{co} i_{cl} + h_{ci2} \pi D_{ci} l_{c1} (T_{cw1} - T_{cr1}) \\ \dot{m}_{co} i_{cl} - \dot{m}_{co} i_{co} + h_{ci1} \pi D_{ci} l_{c1} (T_{cw1} - T_{cr1}) \\ \dot{m}_{ci} - \dot{m}_{co} \\ h_{ci1} \pi_{ci} D_{ci} (T_{cr1} - T_{cw1}) + h_{co} \pi D_{co} (T_{ca} - T_{cw1}) \\ h_{ci2} \pi_{ci} D_{ci} (T_{cr2} - T_{cw2}) + h_{co} \pi D_{co} (T_{ca} - T_{cw2}) \\ h_{ci3} \pi_{ci} D_{ci} (T_{cr3} - T_{cw3}) + h_{co} \pi D_{co} (T_{ca} - T_{cw3}) \end{bmatrix}$$

$$D_c = \begin{bmatrix} d_{c11} & 0 & d_{d13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{c21} & d_{c22} & d_{c23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{c31} & d_{c32} & d_{c33} & d_{c34} & 0 & 0 & 0 \\ d_{c41} & d_{c42} & d_{c43} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{c51} & 0 & 0 & 0 & d_{c55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{c66} & 0 \\ d_{c71} & d_{c72} & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{c77} \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$d_{c11} = 0.5 A_c \rho_{c1} (i_{ci} - i_{cg})$$

$$d_{c13} = A_c l_{c1} \left[\rho_{c1} \frac{di_{cg}}{dP_c} + 0.5 (i_{ci} - i_{cg}) \left(\frac{d\rho_{d1}}{dP_c} + \frac{d\rho_{c1}}{di_{c1}} \frac{di_{cg}}{dP_c} \right) - 1 d_{c13} \right]$$

$$d_{c21} = A_c \rho_{cl} i_{cfg}$$

$$d_{c22} = A_c \bar{\gamma}_c \rho_{cl} i_{cfg}$$

$$d_{c23} = A_c l_{c2} \left[-(1 - \bar{\gamma}_e) \frac{d(\rho_{cl} i_{cfg})}{dP_c} + \rho_{c2} \frac{di_{cg}}{dP_c} - 1 \right]$$

$$d_{c31} = 0.5 A_c \rho_{cl} (i_{cl} - i_{co})$$

$$d_{c32} = 0.5 A_c \rho_{cl} (i_{cl} - i_{co})$$

$$d_{c33} = A_c l_{c3} (0.5 \rho_{cl} \frac{di_{cl}}{dP_c} - 1)$$

$$d_{c34} = 0.5 A_c l_{c3} \rho_{cl}$$

$$d_{c41} = A_c (\rho_{c1} - \rho_{cl})$$

$$d_{c42} = A_c (\rho_{c2} - \rho_{cl})$$

$$d_{c43} = A_c l_{c1} \left(\frac{d\rho_{c1}}{dP_c} + \frac{d\rho_{c1}}{di_{c1}} \frac{di_{cg}}{dPc} \right) + A_c l_{c2} \frac{d\rho_{c2}}{dP_c}$$

$$d_{c51} = (C_p \rho A)_{cw} \frac{T_{cw1} - T_{cw2}}{l_{c1}}$$

$$d_{c66} = (C_p \rho A)_{cw}$$

$$d_{c71} = (C_p \rho A)_{cw} \frac{T_{cw2} - T_{cw3}}{l_{c3}}$$

$$d_{c72} = (C_p \rho A)_{cw} \frac{T_{cw2} - T_{cw3}}{l_{c3}}$$

$$d_{c77} = (C_p \rho A)_{cw}$$