

บทที่ 2 กฎการเคลื่อนที่ งาน พลังงาน

อริสโตเติลเชื่อว่าวัตถุเมื่อไม่อยู่ภายใต้อิทธิพลหรือการกระทำใดๆจากภายนอก วัตถุจะหยุดนิ่งอยู่หรืออยู่ตามธรรมชาติ การที่วัตถุเคลื่อนที่จะต้องมีอิทธิพลหรือการกระทำบางอย่างมากระทำต่อวัตถุ กาลิเลโอได้ทำการทดลองซึ่งหักล้างแนวคิดนี้ของอริสโตเติล กาลิเลโอศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยเริ่มต้นให้วัตถุอยู่บนพื้นเอียงแล้วปล่อยให้เคลื่อนที่ลงจากพื้นเอียงลงสู่พื้นราบ บนพื้นราบนี้วัตถุจะเคลื่อนที่ไปพร้อมกับพื้นเอียงอีกด้านแล้วขึ้นไปบนพื้นเอียง กาลิเลโอพบว่าระยะความสูงที่วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นไปบนพื้นเอียงมีค่าเกือบเท่ากับระยะเริ่มต้นบนพื้นเอียงอีกด้านระยะที่น้อยกว่ากาลิเลโอพิจารณาว่ามาจากความเสียดทานซึ่งไม่สามารถกำจัดไปได้ในการทดลองสำหรับการเคลื่อนที่บนพื้นราบกาลิเลโอพบว่าเป็นการเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่และเป็นเส้นตรงหรือคือการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ กาลิเลโอได้สังเกตว่าการที่วัตถุเคลื่อนที่ลงจากลาดเอียงที่ชันมากขึ้นเรื่อยๆจะเคลื่อนที่บนพื้นราบไปเรื่อยๆด้วยความเร็วคงที่พอไปถึงพื้นเอียงอีกด้าน(ถ้ากำลังความเสียดทานได้หมด) การเคลื่อนที่บนพื้นราบนี้ไม่อยู่ภายใต้อิทธิพลใดๆ ดังนั้นกาลิเลโอจึงสรุปว่าเมื่อไม่อยู่ภายใต้อิทธิพลหรือการกระทำใดๆต่อวัตถุ วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่เป็นเส้นตรง หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ข้อสรุปของกาลิเลโอนี้หักล้างแนวคิดของอริสโตเติลอย่างชัดเจน การเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ไม่จำเป็นต้องมีอิทธิพลใดๆกระทำต่อวัตถุอย่างนี้อริสโตเติลเชื่อ เราสรุปแนวคิดของกาลิเลโอได้ดังนี้ ถ้าปราศจากอิทธิพลหรือการกระทำภายนอกต่อวัตถุ วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่หรือจะอยู่นิ่งก็ได้ การอยู่นิ่งคือกรณีพิเศษของการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่คือมีความเร็วเป็นศูนย์ซึ่งคงที่ ซึ่งการหยุดนิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่นี้จริงแล้วไม่ต่างกัน แยกกันไม่ออก ขึ้นกับมุมมองของผู้สังเกต การทดลองของกาลิเลโอนี้วางแนวทางให้กับการสร้างกฎการเคลื่อนที่ของนักคิดหลายๆคนในภายหลัง สำหรับสมบัติของวัตถุที่พยายามรักษาสภาพการเคลื่อนที่ของตัวเองไว้ คือหยุดนิ่งอยู่ก็ยังคงนิ่งอยู่ หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ก็จะคงที่อยู่เช่นนั้น สมบัตินี้เรียกว่าความเฉื่อย(inertia)ของวัตถุ

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad (2.3)$$

ถ้าแรงไม่คงที่ตลอดเวลา ใช้วิธีการแบ่งช่วงเวลาออกเป็นช่วงสั้นๆ แล้วรวมอิมพัลส์จากช่วงเวลานั้นๆ เข้าด้วยกันเป็น

$$\vec{I} = \int \vec{F} dt \quad (2.4)$$

สมการ 2.3 ก็คือกฎการเคลื่อนที่ข้อ 2 ของนิวตัน “แรงที่กระทำกับวัตถุทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงปริมาณของการเคลื่อนที่หรือโมเมนตัมของวัตถุ” ในภายหลังสมการหรือกฎข้อที่ 2 นี้ได้ถูกพิจารณาโดยออยเลอร์ แล้วเขียนในรูปแบบที่มักใช้กันในปัจจุบัน ($\vec{F} = m\vec{a}$) พิจารณาถ้ามวลคงที่ในระหว่างการเคลื่อนที่ จะได้โมเมนตัม $\vec{p}_2 = m\vec{v}_2$, $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$ แทนใน 2.3 จะได้

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$$

$$= m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = m\Delta\vec{v}$$

ในรูปของอัตราการเปลี่ยนแปลง

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad (2.5)$$

จากนิยามของความเร่ง $\vec{a} = \Delta\vec{v} / \Delta t$ จึงได้

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (2.6)$$

สมการ 2.6 แสดงว่าแรงมีหน่วยเป็นหน่วยของมวลและความเร่งคือ กิโลกรัม-เมตรต่อวินาที² kg·m/s² ซึ่งมักแทนหน่วยนี้ด้วย N คือนิวตันเพื่อเป็นเกียรติแด่นิวตัน นอกจากนี้นิวตันแล้วแรงมีหน่วยในระบบอื่นเช่น ไดน์ (dyne) เป็นภาษากรีกหมายถึง force) โดยใช้หน่วยของมวลเป็นกรัม ความยาวเป็นเซนติเมตรและเวลาเป็นวินาที หน่วยไดน์คือ กรัม เซนติเมตรต่อวินาที² g·cm/s²

โดยสมการ 2.6 จะได้กฎการเคลื่อนที่ข้อ 2 ของนิวตันคือ

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (2.7)$$

กฎข้อที่ 2 “กฎของความเร่ง” ภายใต้แรงกระทำ วัตถุจะมีความเร่ง \vec{a} โดยความเร่งแปรผันตรงกับแรงที่กระทำ และแปรผกผันกับมวลของวัตถุ

ถ้ามีแรงกระทำหลายแรงกระทำกับวัตถุ $\vec{F} = \sum \vec{F}_i = m\vec{a}$ สามารถแยกแยะแทนกันใน 2 มิติ

$$\sum F_{x,i} \hat{i} + \sum F_{y,j} \hat{j} = m(a_x \hat{i} + a_y \hat{j})$$

จะได้กฎของความเร่งในแต่ละแกน

$$F_x = \sum F_{x,i} = ma_x, \quad F_y = \sum F_{y,j} = ma_y \quad (2.8)$$

หรือ

$$a_x = \frac{\sum F_{x,i}}{m}, \quad a_y = \frac{\sum F_{y,j}}{m} \quad (2.9)$$

ผลรวมของแรงกระทำต่อวัตถุในแนวแกน x ทำให้วัตถุมีความเร่งในแนวแกน x ซึ่งแปรผันกับแรง และแปรผกผันกับมวล และเช่นกันถ้ารับแกน y

กฎการเคลื่อนที่ข้อ 3

สำหรับกฎข้อที่ 3 เป็นกฎที่อธิบายการกระทำที่กระทำกันระหว่างวัตถุ วัตถุเดียวไม่สามารถออกแรงกระทำต่อตัวเองได้ แรงจะเกิดขึ้นได้ต้องมีวัตถุอย่างน้อยสองสิ่งมากระทำกันอย่างหนึ่ง และต่างคนก็จะกระทำกัน ไม่มีฝ่ายใดเป็นฝ่ายกระทำฝ่ายเดียว ต่างเป็นฝ่ายกระทำและถูกกระทำพร้อมกัน ตัวอย่างที่แสดงความจริงเช่นนี้ชัดเจนก็คือการสัมผัสกันระหว่างวัตถุหรือสิ่งของใดๆ เช่น เราสัมผัสหรือแตะตัวเพื่อน จะเป็นไปไม่ได้เลยที่เราจะแตะตัวเพื่อนฝ่ายเดียว คือเราโดนหรือสัมผัสตัวเพื่อนแต่ไม่ทำให้เพื่อนสัมผัสตัวเรา ในขณะที่เราสัมผัสตัวเพื่อน ตัวเพื่อนก็จะสัมผัสเราอัตโนมัติทันที

กฎข้อที่ 3 “กฎของกริยา-ปฏิกิริยา” ทุกาแรงกริยาจะมีแรงปฏิกิริยาซึ่งมีขนาดเท่ากันแต่มีทิศตรงกันข้าม

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (2.10)$$

จากกฎข้อนี้อาจจะนึกคำถามคือถ้ามีแรงกริยา แล้วต้องมีแรงปฏิกิริยาที่เท่ากันแต่ทิศตรงกันข้ามเสมอ แรงสองแรงนี้จะไม่หักล้างกันเป็นศูนย์ ทำให้ไม่มีแรงใดปรากฏอยู่เลยหรือไม่ คำตอบของคำถามนี้ขึ้นอยู่กับวิธีการพิจารณาว่าระบบที่สนใจคืออะไร เพราะแรงคู่กริยาและปฏิกิริยานี้ไม่ได้กระทำที่วัตถุเดียวกัน กระทำที่คนละวัตถุที่เป็นคู่ที่กระทำกัน เช่นมี A และ B โดยให้ \vec{F}_{BA} เป็นแรงที่กระทำโดย B บน A เช่นกัน \vec{F}_{AB} เป็นแรงที่กระทำโดย A บน B โดยกฎข้อที่ 3 ช่องนี้ได้ $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$ ถ้าเราพิจารณาระบบที่สนใจคือ A แรงที่ถูกพิจารณาคือ \vec{F}_{BA} ถ้าระบบที่สนใจพิจารณาเป็น B แรงที่ถูกพิจารณาคือ \vec{F}_{AB} ถ้าระบบที่สนใจเป็นทั้ง A และ B แรงที่ถูกพิจารณาคือแรงทั้งสองซึ่งซ้อนรวมกันเป็นศูนย์ $\vec{F}_{BA} + \vec{F}_{AB} = 0$ นั่นคือแรงที่เกิดจากการกระทำกันภายในระบบรวมกันเป็นศูนย์เสมอ

กฎของนิวตันข้อที่ 3 คือการยืนยันหลักการอนุรักษ์ปริมาณของการเคลื่อนที่หรือโมเมนตัม นั่นเอง เมื่อไม่มีแรงลัพธ์ภายนอกกระทำต่อระบบ โมเมนตัมของระบบจึงไม่เปลี่ยนแปลง แรงภายในของระบบจึงต้องไม่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของระบบ แรงภายในของระบบรวมกันจึงเป็นศูนย์

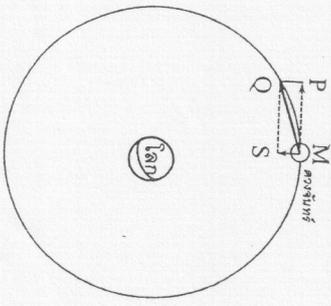
2.2 แรงโน้มถ่วงพื้นฐาน

เพื่อการประยุกต์ใช้กฎของนิวตันในการวิเคราะห์สภาพสมมูลหรือการเคลื่อนที่ เราเริ่มโดยการพิจารณาแรงต่างๆที่พบในปัญหาทางกลศาสตร์พื้นฐาน

2.2.1 แรงโน้มถ่วง

นิวตันมุ่งความสนใจไปที่ปัญหาสำคัญและลึกซึ้งในยุคนั้น กฎการเคลื่อนที่ที่สามารถใช้ได้กับวัตถุบนโลกเท่านั้น หรือใช้กับวัตถุบนฟ้าก็ได้ด้วยหรือไม่ มกแลกันว่าปัญหาที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุอยู่ในฟาร์มของแม่และถึงกตแอบเปิ้ลตก(แต่ไม่ไ้แตกใส่หัว)แล้วสงสัยว่า แล้วดวงจันทร์ถูกยึดไว้ด้วยแรงชนิดเดียวกันกับแรงที่ยึดกระแทกับแอบเปิ้ลหรือไม่

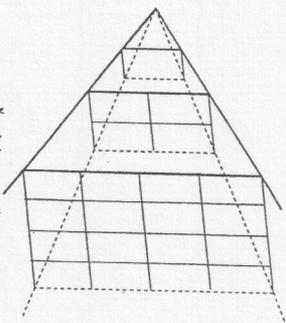
ถ้าพิจารณาในขณะแรกจะพบว่าไม่น่าจะเป็นไปได้ ที่ดวงจันทร์จะอยู่ภายใต้แรงแบบเดียวกันกับแอบเปิ้ล เพราะแรงนี้ทำให้แอบเปิ้ลตกลงพื้น แต่ดวงจันทร์ไม่ตก แต่เคลื่อนที่ตามวงโคจรไปเรื่อยๆ ถ้าดวงจันทร์อยู่ภายใต้แรงชนิดเดียวกันที่ทำกับแอบเปิ้ล จะต้องมีรูปแบบการเคลื่อนที่ที่ต่างกันแบบที่ควบคุมการเคลื่อนที่ของดวงจันทร์ไว้ เมื่อรวมทั้งสองรูปแบบการเคลื่อนที่แล้ว ทำให้ดวงจันทร์โคจรไปเรื่อยๆ ไม่ตกสู่โลก นั่นคือดวงจันทร์มีลักษณะการเคลื่อนที่ที่เป็นการเคลื่อนที่อยู่นิ่งตลอดเวลา คือการตกลงสู่โลกและการเคลื่อนที่ไปด้านหน้าพร้อมกัน



รูปที่ 2.1 การเคลื่อนที่ของดวงจันทร์รอบโลก ประกอบด้วยการเคลื่อนที่สองแบบพร้อมๆกัน

ในรูปที่ 2.1 ดวงจันทร์อยู่ที่ตำแหน่ง M ถ้าไม่มีแรงมากระทำตามกฎข้อที่ 1 ของนิวตัน ดวงจันทร์จะเคลื่อนที่ป็นเส้นตรงด้วยความเร็วคงที่ไปยัง P แต่มีแรงโน้มถ่วงจากโลกทำให้เกิดการเคลื่อนที่เข้าหาโลกในแนว MS ดวงจันทร์จึงเคลื่อนที่ด้วยการเคลื่อนที่ทางสองส่วนนี้พร้อมกัน จึงเคลื่อนที่ไปตามแนว MQ ทำให้ดวงจันทร์อยู่ในวงโคจร ได้ตลอด คือเป็นการเคลื่อนที่สองแบบพร้อมๆกัน

พิจารณาการเคลื่อนที่ของดวงจันทร์ในแนวโค้งเข้าหาโลก โดยเริ่มจากการพิจารณาการตกของแอบเปิ้ลที่เกิดจากแรงกระทำจากโลก แอบเปิ้ลทุกลูกจะตกโดยมีความเร่งเท่ากันซึ่งป็นสิ่งที่กาลิเลโอได้ทำการทดลองยืนยันแล้ว ถ้ามีแอบเปิ้ลสองลูก ลูกที่สองหนักกว่าหรือมีมวลมากกว่าว่าเป็นสองเท่า แรงที่กระทำต่อแอบเปิ้ลลูกที่สองย่อมมากกว่าเป็นสองเท่า ($F = ma$) แรงที่กระทำกับแอบเปิ้ลจึงมีแรงผันตรงกับมวลของแอบเปิ้ล $F \propto m_{Ap}$ ตามกฎข้อที่ 3 ของนิวตัน เมื่อโลกดึงดูดแอบเปิ้ล แอบเปิ้ลย่อมดึงดูดโลกด้วยแรงขนาดเท่ากัน แต่อาจจะดูป็นเรื่องแปลกที่แอบเปิ้ลมวลเล็กน้อยจะดึงโลกด้วยแรงขนาดเท่ากันที่โลกดึงดูดแอบเปิ้ลได้ ซึ่งถ้าเป็นเช่นนั้นชวนให้คิดว่า แอบเปิ้ลที่น่าจะดึงดูดวัตถุอื่นได้เช่นเดียวกับโลก แต่จะเห็นว่าไม่จริง ถ้าจริงวัตถุจะวิ่งเข้าหาแอบเปิ้ลเหมือนตกสู่โลก การจะอธิบายได้คือต้องสมมติว่าแรงที่กระทำกับแอบเปิ้ลนอกจากนี้กับมวลของแอบเปิ้ลแล้วจึงขึ้นกับมวลของโลกด้วย จึงทำให้แรงดึงดูดระหว่างโลกและแอบเปิ้ลเท่ากันอย่างสมเหตุผล และแรงที่แอบเปิ้ลดึงดูดวัตถุอื่นก็จะน้อยมากเทียบกับโลก $F \propto m_{Ap} m_e$



รูปที่ 2.2 การแปรผกผันกับระยะยกกำลังสอง พื้นที่ที่มีระดับตั้งแต่ต้นเป็นมุม จะเพิ่มขึ้นตามระยะยกกำลังสอง จำนวนรัศมีคือพื้นที่ซึ่งแปรผกผันกับระยะยกกำลังสอง

กลับมาพิจารณาดวงจันทร์ สำหรับของคปประกอบของการเคลื่อนที่ในแนวเข้าหาโลก ถ้าพิจารณาว่าโลกดึงอิทธิพลออกไปรอบตัวอย่างสมมาตรในทุกทิศทาง เมื่ออิทธิพลนี้ต้องออกไปที่ระยะใดๆ ทุกทุกจุดบนผิวทรงกลมนี้ น่าจะมีอิทธิพลที่ส่งออกมาเท่ากัน เหมือนเราพิจารณาป็นรังสีพุ่งออกไป เมื่อใดที่ออกไปจำนวนรังสีคือพื้นที่จะลดลงเป็นสัดส่วนกับระยะห่างยกกำลังสอง $1/r^2$ "Inverse square law" เราอาจพิจารณาได้ว่าอิทธิพลที่โลกส่งออกไปในทิศทางหนึ่งจะลดลงเป็นจำนวนรังสี คือลดลงแปรผกผันกับระยะยกกำลังสอง ดังนั้นจะได้แรงโน้มถ่วงระหว่างโลกและดวงจันทร์เป็น

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2.11)$$

นิวตันพิจารณาว่าแรงโน้มถ่วงหรือดึงดูดนี้เกิดได้กับทุกคู่วัตถุที่มีมวล แรงโน้มถ่วงนี้จึงเรียกว่า กฎความโน้มถ่วงสากล "The law of universal gravitation" ดังที่ G เรียกว่าค่าคงที่หรือค่าคงที่โน้มถ่วงสากล $G = 6.67259 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2$

กฎระยะห่างที่ระยะไกล (Action at a distance) โดยปกติเราจะเห็นว่าส่วนใหญ่นักวิทยาศาสตร์มีการวิพากษ์วิจารณ์การสัมผัสกัน การยกของเรตือจับเพื่อยกของ ขวางบอลไปโยกกำแพง ก็เป็นการสัมผัสระหว่างมือกับบอล แล้วจึงเป็นการสัมผัสระหว่างบอลกับกำแพง เมื่อนิวตันเสนอทฤษฎีความโน้มถ่วงสากลขึ้น ก็นำไปสู่การมีอันตรกิริยาหรือแรงกระทำระหว่างกัน โดยไม่มีการสัมผัสกันโดยตรง เป็นแรงระยะไกล หรือการกระทำที่ระยะไกล (Action at a distance) วัตถุประสงค์ที่มีอันตรกิริยากันคือดึงดูดกัน โดยไม่ต้องสัมผัสกันโดยตรง ซึ่งเป็นสิ่งที่เข้าใจได้ยากกว่าวัตถุประสงค์อันตรกิริยากันโดยปราศจากการสัมผัสกันเชิงกายภาพได้อย่างไร เช่น การทำให้ขวดส้มโดยการขวางบอลใส่ขวด หรืออาจออกไปขวางคอกขวางอากาศใส่ขวด เป็นการมีอันตรกิริยาผ่านบอลหรืออากาศ การมีอันตรกิริยาในโน้มถ่วงข้ามห้วงอวกาศเช่น โลกกับดวงจันทร์ จึงเกิดคำถามที่คัญว่าอันตรกิริยาที่ผ่านอะไรมา นิวตันตั้งกฎความโน้มถ่วงแต่ก็ไม่ได้อธิบายในรายละเอียดว่าความโน้มถ่วงคืออะไร มีกลไกอย่างไร

พิจารณาตัวอย่างเปรียบเทียบเช่นการได้ยินเสียง เมื่อวัตถุที่เป็นแหล่งกำเนิดเสียงเกิดการสั่น จะส่งต่อการสั่นนี้มายังอากาศและอากาศก็ส่งต่อการสั่นมาเรื่อยๆ จนถึงหูของผู้ฟังเสียง อากาศเป็นตัวกลางของเสียง เสียงเดินทางผ่านสุญญากาศไม่ได้ ตัวอย่างนี้คือการที่วัตถุสองชิ้นจะมีอันตรกิริยากันได้จากระยะไกลคือจะมีการสัมผัสส่งต่อๆกันมาผ่านตัวกลางบางอย่าง ไม่น่าจะมีอันตรกิริยาส่งผ่านสุญญากาศได้ในศตวรรษที่ 17 จากการศึกษาอวกาศและแก๊ส โดยการใช้อบอดินูททดสอบและการศึกษาภายหลังพบว่าอากาศมีเพียงระยะไม่กี่ร้อยกิโลเมตรเหนือผิวโลก ออกไปจากระยะนี้แล้วอากาศบางลงจนเกือบจะกลายเป็นสุญญากาศ คำถามที่สำคัญคือแล้วอันตรกิริยาของวัตถุบนท้องฟ้ามีถึงกันได้อย่างไร และในศตวรรษที่ 17 ก็เริ่มมีการทดลองภายใต้สภาวะสุญญากาศโดยการใส่เครื่องสูบลูกโป่งอากาศออกจากบริเวณปิดที่ต้องการ ทำให้พบว่าอันตรกิริยาเชิงไฟฟ้า และแม่เหล็กก็สามารถผ่านสุญญากาศได้

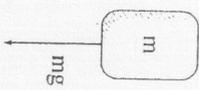
ทางออกของปัญหาการกระทำที่ระยะไกลนี้มีได้สองแบบคือ แนวคิดแรก สุญญากาศข่งข่างมีบ้างจริงๆ อาจมีบางอย่างอยู่คือ อิเธอร์ ตามที่อริสโตเติลเชื่อว่ามีออกไปยังท้องฟ้า

ของธาตุที่ 5 คืออิเธอร์ อันตรกิริยาระหว่างวัตถุจึงถูกส่งผ่านอิเธอร์มาได้ เช่นแสง อันตรกิริยาความโน้มถ่วง อันตรกิริยาไฟฟ้าหรือแม่เหล็กอาจถูกส่งผ่านอิเธอร์ เหมือนเสียงผ่านอากาศ เช่นความโน้มถ่วงอาจส่งผลต่ออิเธอร์ที่อยู่รอบๆ วัตถุให้สั่นสะเทือน การสั่นสะเทือนนี้ส่งผ่านอิเธอร์ต่อไปเรื่อยๆ จนถึงอีกวัตถุ อันตรกิริยาระหว่างวัตถุคืออิเธอร์ เหมือนเสียงที่เป็นคลื่นอัดขยายของอากาศ อีกแนวความคิดคือ โยคสมมติว่าแรงพลาสมาของแผ่นสุญญากาศในรูปของ การขวางอนุภาคชนตแต่ก็มาคล้ายกับขวางบอลใส่ขวด เช่นแสงอาจเป็น อนุภาคความเร็วสูงเคลื่อนที่ผ่านสุญญากาศมา สัมผัสแล้วแรกก็ขวางอาทิตย์ สัมผัสต่อกับคนตามแบบที่ตองนี้จะมีปัญหาอันตรกิริยาที่ระยะไกล หลงขลุ่ยนิวตันนักฟิสิกส์เปลี่ยนแนวความคิดกลับไปมาาระหว่างแนวคิดทั้งสองนี้ คือแนวความคิดที่เน้นกับแนวคิดอนุภาค แนวคิดคลื่นต้องการอิเธอร์ แนวคิดอนุภาคไม่ต้องการอิเธอร์ ถ้าหรับประเด็นอิเธอร์นี้จะกลับมามีผลในภายหลังในเรื่องของแม่เหล็กไฟฟ้าและแสง **น้ำหนัก** คือแรงโน้มถ่วงเนื่องจากโลกกระทำต่อวัตถุบริเวณผิวโลก

$$F = G \frac{m m_E}{R_E^2} = m \frac{G m_E}{R_E^2} = mg \quad (2.12)$$

เมื่อ m_E และ R_E เป็นมวลและรัศมีโลก g เป็นความเร่งโน้มถ่วงมีค่าประมาณ 9.8 m/s^2 หรือ 980 cm/s^2 นำหนักจึงมีหน่วยเป็นนิวตัน แต่บางครั้งก็ใช้หน่วยของน้ำหนักว่ากิโลกรัม ซึ่งจะหมายถึง กิโลกรัมแรง คือเป็นนิวตัน จากนั้นน้ำหนักเมื่อต้องการหาขนาดทำให้โดยหารด้วยค่า g สำหรับค่า g นั้นนอกจากมีหน่วยเป็น m/s^2 เหมือนความเร่งแล้ว ก็ยังเขียนหน่วยในรูปอื่นได้ เช่น N/kg เพราะว่ามีหน่วยนิวตัน $\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$ ดังนั้น $\text{N/kg} = \text{m/s}^2$ หรือหน่วยของความเร่ง

แรงโน้มถ่วงนั้นขึ้นกับระยะห่างระหว่างมวล แต่ที่โลกกลับคิดโลกเราสามารถประมาณได้ว่าแรงนี้คงที่ เพราะระยะที่เคลื่อนที่มันมีค่าน้อยมากเทียบกับรัศมีโลก แรงโน้มถ่วงเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกเขียนในรูปของเวกเตอร์เป็น $F_G = -mgy$ คือขึ้นกับมวลของวัตถุ และมีทิศทางใจกลางโลกเสมอ



รูปที่ 2.3 น้ำหนักคือแรงโน้มถ่วงที่โลกกระทำต่อวัตถุ มีทิศทางใจกลางโลก

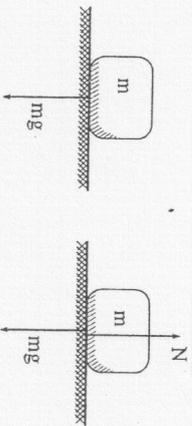
สำหรับวัตถุที่เคลื่อนที่ภายใต้แรงโน้มถ่วง

$$\vec{F} = -m\vec{g} = m\vec{a} \quad (2.13)$$

จะมีค่าเท่ากับ $\vec{a} = -\vec{g}$ โดยไม่ขึ้นกับมวลของวัตถุ

2.2.2 แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก \vec{N}

พิจารณาวัตถุ m วางนิ่งอยู่บนโต๊ะ เนื่องจากมีมวลย่อมมีแรงโน้มถ่วงกระทำ $\vec{F}_G = -m\vec{g}$ แต่วัตถุอยู่นิ่งจึงต้องมีแรงที่กระทำในมวลก้อนนี้ตั้งอยู่หนึ่งแรงที่สมดุลกับแรงโน้มถ่วงกระทำมวลก้อนนี้คือแรงเคลื่อนที่เข้าหาโลก(เช่นกันโลกก็จะเคลื่อนที่เข้าหามวลก้อนนี้) ค่าตอบที่ชัดเจนที่สุดคือมีโต๊ะกั้นอยู่ มวลก้อนนี้จึงไม่ตกสู่พื้น แต่ในวิชาวิทยาศาสตร์หรือฟิสิกส์เราจะใช้แนวความคิดของแรงเข้ามาแทนโต๊ะที่กั้นไว้ถึง มวลก้อนนี้ไม่เปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ ตามกฎข้อที่ 1 แสดงว่าแรงที่กระทำกับมวลก้อนนี้ย่อมเป็นศูนย์ จึงต้องมีแรงที่หักล้างกับแรงโน้มถ่วง คือมีขนาดเท่ากับแรงโน้มถ่วงแต่มีทิศตรงกันข้าม



รูปที่ 2.4 แรงโน้มถ่วงหรือน้ำหนักกระทำกับวัตถุบนโต๊ะ วัตถุสามารถอยู่ได้อย่างสมดุลเพราะมีแรงปฏิกิริยาตั้ง

ฉากที่มีขนาดเท่ากับแต่ทิศตรงกันข้ามกับแรงโน้มถ่วง

เรียกแรงนี้ว่าแรงปฏิกิริยาตั้งฉาก \vec{N} แรงนี้จะมีอยู่ที่ผิวสัมผัสของวัตถุที่สัมผัสกัน โดยมีทิศตั้งฉากกับผิวสัมผัส ดังนั้นมวลของก้อนนี้บนโต๊ะได้เพราะผลรวมของแรงที่กระทำเป็นศูนย์คือ

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_G + \vec{N} = 0 \text{ จะได้ } \vec{N} = -\vec{F}_G = m\vec{g} \text{ แรงปฏิกิริยาตั้งฉากในรูปที่ 2.4 มีขนาดเท่ากับแรง}$$

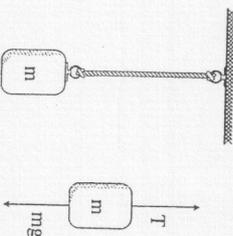
โน้มถ่วง แต่มีทิศตรงกันข้าม เมื่อวางวัตถุมวล 1kg บนโต๊ะแรงปฏิกิริยาตั้งฉากก็จะมีขนาดเท่ากับน้ำหนักคือ $N = mg = (1\text{kg})(9.8\text{N/kg}) = 9.8\text{N}$ สำหรับโต๊ะตัวเดิมถ้าวางมวล 1000kg แรงปฏิกิริยาตั้งฉากในคราวนี้ก็จะจะมีขนาดเป็น $N = mg = 9800\text{N}$ แรงปฏิกิริยาตั้งฉากนี้เพิ่มตามมวลของวัตถุที่วางบนโต๊ะ

ในตัวอย่างที่พิจารณาในแรงปฏิกิริยาตั้งฉากและน้ำหนักมีขนาดเท่ากันและมีทิศตรงกันข้าม แต่ไม่ได้แสดงว่าแรงทั้งสองนี้เป็นคู่แรงกิริยา-ปฏิกิริยา น้ำหนักคือแรงที่โลกดึงดูดวัตถุ คู่แรงกิริยา-ปฏิกิริยาคือแรงที่วัตถุดึงดูดโลก แรงปฏิกิริยาตั้งฉากคือแรงที่พื้นหรือโต๊ะดันหรือผลักวัตถุ

คู่แรงกิริยา-ปฏิกิริยาคือแรงที่วัตถุผลักพื้นหรือโต๊ะ ในรูปที่ 2.4 แสดงแต่แรงที่กระทำต่อระบบที่สนใจคือวัตถุจึงไม่แสดงแรงที่วัตถุดึงดูดโลกและแรงที่วัตถุผลักพื้น แรงปฏิกิริยาจากอะมีบที่มีวัตถุวางบนโต๊ะ เป็นปฏิกิริยาตอบกลับกับวัตถุที่วาง

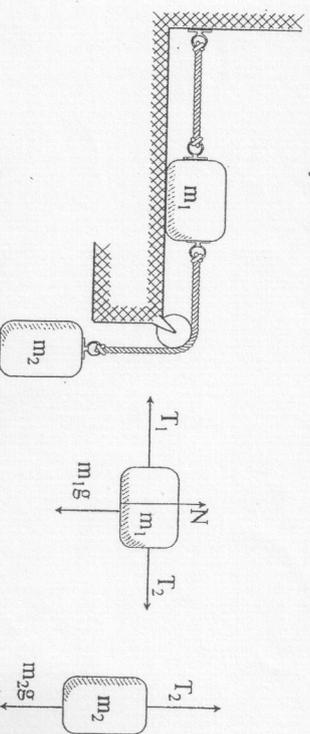
2.2.3 แรงดึงเชือก \vec{T}

พิจารณาวัตถุมวล m ถูกแขวนไว้ด้วยเชือก วัตถุนี้สามารถอยู่ได้อย่างสมดุลคือนิ่งไม่ขยับหรือเปลี่ยนตำแหน่ง ตามเหตุที่วัตถุอยู่นิ่งก็คือการมีเชือกผูกไว้วัตถุจึงไม่หกล้มสู่พื้น โดยภาษาของแรง เชือกนี้ถูกแทนด้วยแรงดึงในเส้นเชือก \vec{T}



รูปที่ 2.5 วัตถุที่ผูกเชือกไว้สามารถอยู่ได้อย่างสมดุลภายใต้แรงโน้มถ่วงโดยมีแรงดึงเชือกคู่ไว้

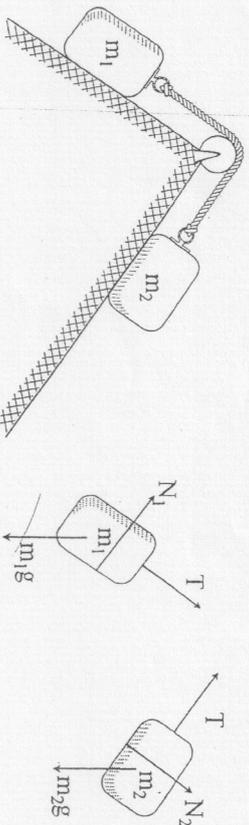
สำหรับมวลที่แขวนในรูปที่ 2.5 แรงดึงในเส้นเชือกนี้ต้องมีขนาดเท่ากับน้ำหนักและมีทิศตรงกันข้าม ซึ่งทำให้แรงทั้งสองหักล้างกัน วัตถุจึงอยู่นิ่งได้ตามกฎข้อที่ 1 ถ้าพิจารณาต่อว่าทำแล้วทำไมเชือกอยู่ได้อย่างสมดุลทั้งนี้เมื่อน้ำหนักของวัตถุคือดึงเชือกลงมา T รวมทั้งน้ำหนักของเชือกเองด้วย) ค่าตอบก็คือมีแรงที่รอยต่อกับเพดานคือดึงเชือกไว้ ด้วยขนาดที่พอดีกับแรงดึงเชือกลงมาแต่มีทิศตรงกันข้ามเชือกจึงอยู่นิ่งได้



รูปที่ 2.6 แรงดึงเชือกมีทิศพุ่งออกจากวัตถุไปตามเส้นเชือก

สำหรับแรงดึงเชือกนี้จะมีทิศพุ่งออกจากวัตถุไปตามเส้นเชือก เช่น ในรูปที่ 2.6 แสดงแรงที่กระทำกับวัตถุคือก่อน วัตถุมวล m_1 มีแรงกระทำคือน้ำหนัก แรงปฏิกิริยาตั้งฉากนั่นเองจากวางอยู่บนพื้นรองรับ และมีแรงดึงซึ่งพุ่งออกจากวัตถุไปตามเชือก วัตถุมวล m_2 มีแรงกระทำคือ

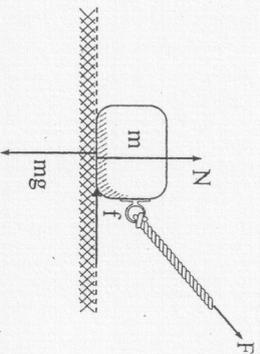
น้ำหนักและแรงดึงเชือก ถ้าหรับเชือกเส้นเดียวก็มักกำหนดให้มีแรงดึงมีขนาดเท่ากันตลอดทั้งเส้น เช่นในรูปแบบดังที่กระทำกับ m_1 และ m_2 โดยเชือกเส้นที่สองมีขนาดเท่ากันคือ T_2



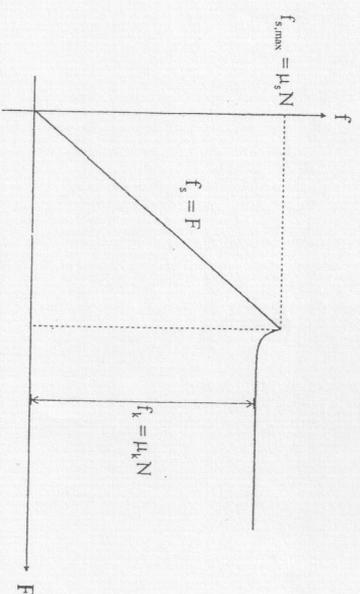
รูปที่ 2.7 แรงกระทำกับวัตถุบนพื้นเอียง น้ำหนัก แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก และแรงดึงเชือก

2.2.4 แรงเสียดทาน f (Friction มาจากภาษาละตินที่แปลว่า การขัดสี rub)

แรงเสียดทานอธิบายอย่างคร่าวๆ คือเป็นแรงที่ต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยจะอยู่ตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยแรงเสียดทานนี้ขึ้นกับแต่ละผิวสัมผัส



รูปที่ 2.8 แรง F คือวัตถุไม่ทางขวา แรงเสียดทานที่รอต่อระหว่างวัตถุและพื้นจะอยู่ในทิศตรงข้ามคือไปทางซ้าย โดยแรงเสียดทานแบ่งเป็นแรงเสียดทานสถิตย์ (f_s) และแรงเสียดทานจลน์ (f_k) แรงเสียดทานสถิตย์เป็นแรงเสียดทานในขณะวัตถุอยู่นิ่งอยู่ โดยแรงเสียดทานนี้จะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆตามแรงพยายามที่จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ เมื่อถึงจุดจุดหนึ่งวัตถุจะเริ่มเคลื่อนที่ ที่จุดนี้สอดคล้องกับแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด แรงเสียดทานจลน์เป็นแรงเสียดทานในขณะวัตถุเคลื่อนที่ โดยแรงเสียดทานจลน์น้อยกว่าแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด ซึ่งสามารถสังเกตได้จากตัวอย่างการออกแรงจูงขึ้นรถ จะต้องใช้ความพยายามเพิ่มขึ้นเรื่อยๆขณะที่ยังไม่เคลื่อนที่ เมื่อความพยายามหรือแรงจูงเพิ่มถึงจุดหนึ่งคือแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุดจะเริ่มเคลื่อนที่ จะพบว่าเมื่อรถเริ่มเคลื่อนที่แล้ว ความพยายามหรือแรงจูงต้องใช้เพื่อเป็นรถที่เคลื่อนที่น้อยกว่าแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด



รูปที่ 2.9 เมื่อผลักวัตถุ แรงเสียดทานสถิตย์จะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆจนกระทั่งความพยายามหรือแรงที่จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ เมื่อแรงเสียดทานสถิตย์เพิ่มขึ้นไปถึงค่าสูงสุด วัตถุจะเริ่มเคลื่อนที่ แรงเสียดทานขณะวัตถุเคลื่อนที่คือแรงเสียดทานจลน์จะน้อยกว่าแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด

จากการทดลองพบว่าแรงเสียดทานแปรผันกับแรงปฏิกิริยาเชิงตั้งฉาก $f = \mu N$ เมื่อ μ เป็นสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

$$f_s \leq \mu_s N \quad (2.14)$$

เครื่องหมายกำกับคือแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด ถ้าหรับ μ_k เป็นสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตย์

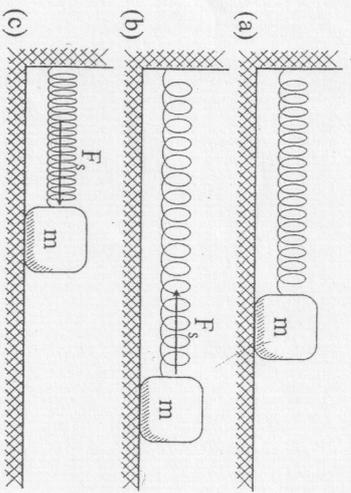
$$f_k = \mu_k N \quad (2.15)$$

เมื่อ μ_k เป็นสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์

ถ้าหรับทิศของแรงเสียดทานนั้นพิจารณาได้คร่าวๆว่าอยู่ในทิศที่ต่อต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุ เช่นในรูปที่ 2.8 ออกแรงดึงวัตถุไปทางขวาแรงเสียดทานก็จะไปทางซ้าย กลับกันถ้าออกแรงดึงวัตถุไปทางซ้ายแรงเสียดทานก็จะมิติศไปทางขวา

2.2.5 แรงคันทัวตริง F_T

พิจารณาระบบมวลสปริงในรูปที่ 2.10 มวลติดกับสปริง เริ่มต้นอยู่ในสภาวะสมดุล มวลอยู่ที่ตำแหน่งสมดุล ถ้าออกแรงกระทำจากภายนอก โดยดึงมวลไปทางขวา สปริงจะยืดออก สปริงจะออกแรงพยายามหาคกลับ ผู้ที่ออกแรงดึงมวลจะรู้สึก ได้ถึงแรงที่สปริงพยายามหาคกลับสู่สภาพเดิม ในทำนองเดียวกัน ถ้าเริ่มดึง ในสภาพสมดุลแล้วคนมวลเข้าทำให้สปริงหดตัวลง สปริงจะออกแรงต้านพยายามขยายออก แรงที่สปริงกระทำนี้เรียกว่าแรงคันทัวตริง คือพยายามกลับคืนสู่สภาพสมดุลก่อนถูกกระทำ



รูปที่ 2.10 (a) ระบบมวลสปริงที่ตำแหน่งสมดุล (b) เมื่อถึงมวลไปทางขวาแรงคืนตัวของสปริงจะไปทางซ้าย แรงคืนตัวของสปริงจะมีทิศตรงข้ามกับการกระจัดเสมอ ถ้าสปริงให้ค่าไปทางขวาแรงคืนตัวของสปริงจะตั้งไปทางซ้ายเพื่อหาคกลับ ถ้าสปริงให้ค่าไปทางซ้ายแรงคืนตัวของสปริงจะตั้งไปทางขวาเพื่อจะขยายตัวออก แรงคืนตัวของสปริงจึงสามารถเขียนเป็น

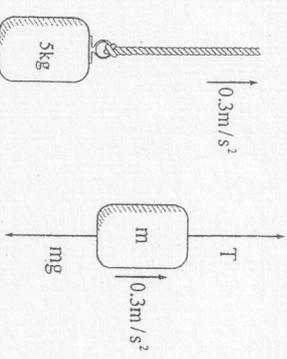
$$\vec{F}_s = -k\Delta x \quad \text{หรือ} \quad \vec{F}_s = -k\ddot{x} \quad (2.16)$$

เมื่อ k เป็นค่าคงที่ของสปริง และเครื่องหมายลบแสดงทิศตรงกันข้ามระหว่างแรงและการกระจัด

2.3 การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันแยกได้เป็นสองส่วนหลักๆ คือการวิเคราะห์สภาพสมดุล โดยใช้กฎข้อที่ 1 และการวิเคราะห์ความเร่งโดยใช้กฎข้อที่ 2 ซึ่งการพิจารณาในกรณี 2 หรือ 3 นี้คือต้องพิจารณาค่าและแกน ถ้าการเคลื่อนที่ในแนวแกนนั้นไม่มีความเร่ง ผลรวมของแรงในแนวแกนรวมกันเป็นศูนย์ ถ้าในแนวแกนนั้นมีความเร่งผลรวมของแรงจะเท่ากับมวลคูณกับความเร่งในแนวแกนนั้น

ตัวอย่าง 2.1 วัตถุมวล 5 kg ถูกดึงด้วยเชือกขึ้นด้านบน ทำให้มีความเร่ง 0.3 m/s^2 หาแรงดึงเชือก



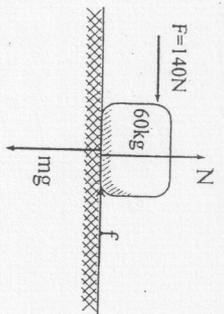
แรงที่กระทำต่อวัตถุนี้ประกอบด้วยน้ำหนักของวัตถุที่มีทิศทางลงและแรงดึงเชือกที่มีทิศทางขึ้น และวัตถุนี้มีความเร่ง ใช้กฎข้อที่ 2 จะได้แรงดึงเชือก

$$\sum F_y = T - mg = ma$$

$$T = ma + mg = m(a + g)$$

$$= (5 \text{ kg})(0.3 + 9.8 \text{ N/kg}) = 50.5 \text{ N} \quad \#$$

ตัวอย่าง 2.2 ใช้แรง 140N ผลักกล่องมวล 60kg ไปบนพื้นที่มีความเสียดทาน กล่องเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ หาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างพื้นและกล่อง



กล่องไม่มีความเร่ง แรงที่กระทำประกอบด้วยแรงผลัก $F = 140 \text{ N}$ แรงเสียดทานที่ต้านการเคลื่อนที่ f น้ำหนักและแรงปฏิกิริยาตั้งฉาก N ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวแกน y โดยกฎข้อที่ 1 จึงได้

$$\sum F_y = N - mg = 0$$

$$N = mg$$

ในแนวแกน x สำหรับแรงเสียดทานจะได้ $f = \mu N = \mu mg$ กล่องเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่โดยกฎข้อที่ 1

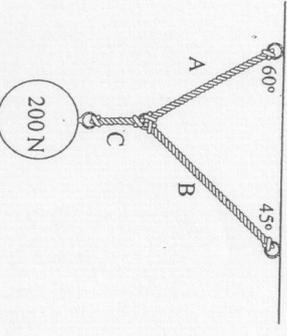
$$\sum F_x = F - f = F - \mu mg = 0$$

$$\rightarrow F = \mu mg$$

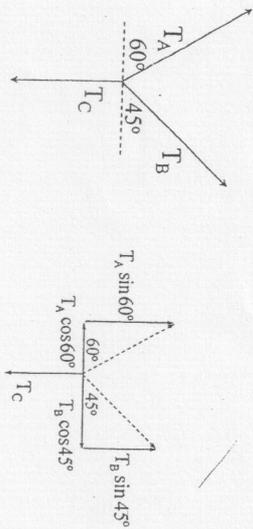
$$\mu = \frac{F}{mg}$$

$$= \frac{140 \text{ N}}{(60 \text{ kg})(9.8 \text{ N/kg})} = 0.238$$

ตัวอย่าง 2.3 เชือก 3 เส้นผูกรวมกันตั้งในรูป เชือก C มีน้ำหนักถ่วง 200N หาค่าแรงดึงในเชือก



เขียนแรงกระทำกับจุดที่เชื่อมขั้วรวมกัน ซึ่งจุดนี้อยู่ในแนวแกน x และแยกองค์ประกอบของแรงตั้งให้อยู่ในแนวแกน x และ y



พิจารณาเงื่อนไขสมดุลของแรงในแนวแกน x

$$T_A \cos 60^\circ = T_B \cos 45^\circ$$

จัดสมการเขียน T_A ในรูปของ T_B

$$T_A = T_B \frac{\cos 45^\circ}{\cos 60^\circ}$$

Ex.2.5-1

พิจารณาเงื่อนไขสมดุลของแรงในแนวแกน y

$$T_A \sin 60^\circ + T_B \sin 45^\circ = T_C$$

สำหรับมวลหนัก 200N ที่แขวนอยู่สามารถอยู่ได้อย่างสมดุลเนื่องจากแรงตั้งในเชือก C คูณกับน้ำหนัก $T_C = 200N$ จึงได้

$$T_A \sin 60^\circ + T_B \sin 45^\circ = 200N$$

Ex.2.5-2

แทน Ex.2.5-1 ในสมการ Ex.2.5-2 จะได้

$$T_B \frac{\cos 45^\circ}{\cos 60^\circ} \sin 60^\circ + T_B \sin 45^\circ = 200N$$

จะได้แรงตั้งในเชือก B

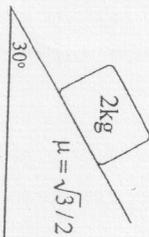
$$T_B = \frac{200N}{\cos 45^\circ \tan 60^\circ + \sin 45^\circ} = 103.5N$$

แทนค่า T_B ใน Ex.2.5-1 เพื่อหา T_A

$$T_A = 103.5N \frac{\cos 45^\circ}{\cos 60^\circ} = 146.4N$$

#

ตัวอย่าง 2.4 ก้อนมวล 2kg ใดอยู่บนพื้นเอียงที่ทำมุมกับแนวระดับ 30° สมมติให้ผิวสัมผัสระหว่างก้อนและพื้นเอียงเท่ากับ $\sqrt{3}/2$ 1) หาขนาดของแรงที่ทำให้ออกเคลื่อนที่ลงโดยไม่มีความเร่ง 2) หาขนาดของแรงที่ทำให้ออกเคลื่อนที่ขึ้นโดยไม่มีความเร่ง



- เขียนแรงที่กระทำกับมวล ในการหาค่าแรงตั้งที่ลดลงขึ้นด้านบน สมมติว่าก้อนเคลื่อนที่ลงด้านล่างเนื่องจากแรงโน้มถ่วงแรงเสียดทานจึงต้านขึ้นด้านบน

ถ้าใช้ระบบพิกัดปกติ จะต้องแยกองค์ประกอบของแรง

เขียนแรงเสียดทาน แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก (ตั้งฉากกับพื้นเอียง) แรงแกระทำจากภายนอก และเนื่องจากสันใจการเคลื่อนที่บนแนวของพื้นเอียง จึงเลือกตั้งระบบพิกัดบนพื้นเอียง ทำให้ต้องแยกองค์ประกอบของแรงตั้งที่น้ำหนักเพียงส่วนเดียว

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวแกน y

ซึ่งอยู่ในสมดุลจะได้

$$\sum F_y = N - mg \cos 30^\circ = 0$$

$$N = mg \cos 30^\circ$$

จะเห็นว่าบนพื้นเอียงแรงปฏิกิริยาตั้งฉากจะไม่เท่ากับน้ำหนักของก้อน

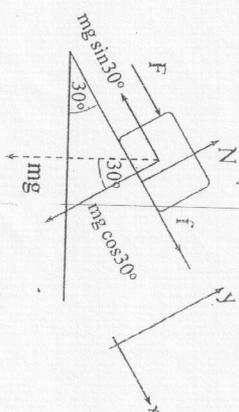
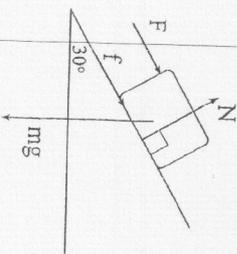
สำหรับแรงเสียดทาน $f = \mu N$ แทนค่าแรงปฏิกิริยาตั้งฉาก $N = mg \cos 30^\circ$ จะได้แรงเสียดทาน $f = \mu mg \cos 30^\circ$ พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวแกน x ซึ่งก้อนจะเคลื่อนที่ลงด้วยความเร็วคงที่หรือไม่มีความเร่ง

จะได้ว่าแรงที่ต้องใช้ในการผลักก้อน

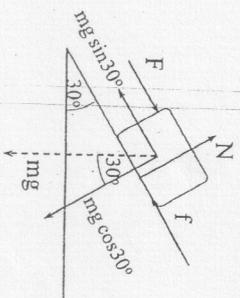
$$\sum F_x = F - mg \sin 30^\circ + f = 0$$

$$F = mg \sin 30^\circ - \mu mg \cos 30^\circ$$

$$F = (2kg)(9.8N/mg)(\sin 30^\circ - \sqrt{3}/2 \cos 30^\circ) = -4.9N$$



เครื่องหมายลบแสดงว่าทิศของแรงที่กำหนดไว้กับทิศ เพื่อให้กล่องเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ต้องออกแรงผลักวัตถุลงด้วยแรงขนาด $F = 4.9\text{N}$



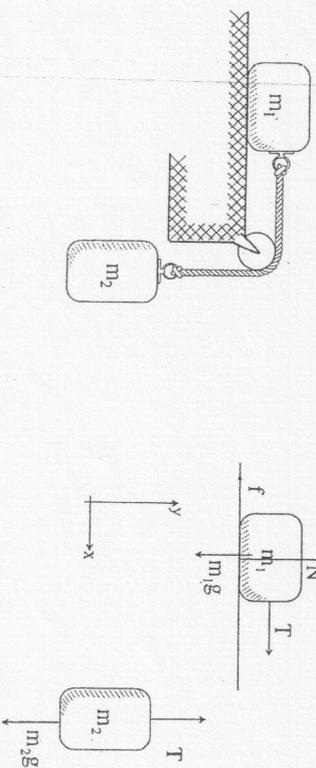
2) พิจารณาหาขนาดของแรงที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นบนพื้นเอียงด้วยความเร็วคงที่ วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นด้านบนแรงเสียดทานจะมีทิศตรง การเคลื่อนที่ในแนวแกน y เหมือนกรณี 1 จะได้ขนาดของแรงปฏิบัติการดังจาก $N = mg \cos 30^\circ$ แรงเสียดทาน $f = \mu mg \cos 30^\circ$

สำหรับการเคลื่อนที่ในแนวแกน x จะได้

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F - mg \sin 30^\circ - f = 0 \\ F &= mg \sin 30^\circ + \mu mg \cos 30^\circ \\ &= (2\text{kg})(9.8\text{N}/\text{mg})(\sin 30^\circ + \sqrt{3}/2 \cos 30^\circ) \\ &= 24.5\text{N} \end{aligned}$$

เพื่อให้วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นต้องผลักวัตถุขึ้นด้วยแรงขนาด $F = 24.5\text{N}$

ตัวอย่าง 2.5 ระบบมวลในรูป ลืมประสิทธิภาพเสียดทานระหว่างพื้นกับ m_1 เป็น μ หากความเร่งของมวล และหาแรงดึงในเส้นเชือก โดยละการพิจารณาเชือกและการหมุนของรถ



เขียนแรงที่กระทำกับมวลทั้งสองดังรูปด้านบนซ้าย แรง m_2g คือ m_2 ลงแล้ว m_2 จึงเชือกดึงเชือกจึงออกแรงดึง m_2 ขึ้นด้วยแรง T แล้วเชือกนั้นก็ไปดึง m_1 โดยถือว่าแรงดึงเท่ากันตลอดเส้น เชือก การพิจารณาปัญหาที่ต้องมีการกำหนดทิศทาง วิธีการที่สามารถใช้คือกำหนดทิศทางตามแกนตามแกน y ขึ้นเป็นบวก ลงเป็นลบ ตามแกน x ขวาเป็นบวกและซ้ายเป็นลบ

ตั้งฉากพิจารณา m_1 ในแนวแกน y ไม่มีแรงเคลื่อนที่โดยกฎข้อที่ 1 จะได้ว่า แรงในทิศขึ้นและลงเท่ากัน $N = m_1g$

แนวแกน x เคลื่อนที่โดยมีแรงใช้กฎข้อที่ 2 จะได้

$$\begin{aligned} \sum F_x &= T - f = T - \mu N = m_1 a_{1x} \\ T - \mu m_1 g &= m_1 a_{1x} \end{aligned} \quad \text{Ex.2.7-1}$$

พิจารณามวล m_2 มีการเคลื่อนที่โดยมีความเร่งในแนวแกน y จะได้

$$\sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_{2y} \quad \text{Ex.2.7-2}$$

เนื่องจาก m_1 และ m_2 ผูกกันไว้ด้วยเชือกความยาวคงที่ วัตถุทั้งสองจะมีความเร่งขนาดเท่ากัน แต่ทิศตรงกัน การเคลื่อนที่ของระบบนี้สามารถพิจารณาได้ว่า m_2 จะเคลื่อนที่ลง m_1 จะเคลื่อนที่จากซ้ายไปขวา ความเร่งของ m_2 จะมีค่าเป็นลบ เพราะเคลื่อนที่ลงแนวแกน y คือ $a_{2y} = -a$ สำหรับ m_1 ความเร่งเป็นบวกจะได้ $a_{1x} = a$ จะได้สมการการเคลื่อนที่จาก Ex.2.7-1 และ Ex.2.7-2 เป็น

$$\begin{aligned} m_1 a_{1x} &= m_1 a = T - \mu m_1 g & \text{Ex.2.7-3} \\ m_2 a_{2y} &= -m_2 a = T - m_2 g & \text{Ex.2.7-4} \end{aligned}$$

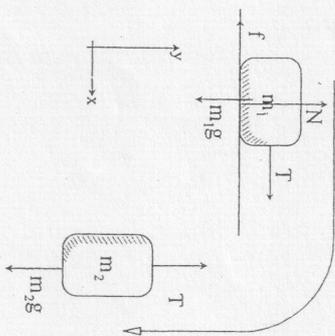
ลบกัน (Ex.2.7-3)-(Ex.2.7.4) จะได้

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2)a &= -\mu m_1 g + m_2 g \\ a &= \frac{-\mu m_1 g + m_2 g}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

หาแรงดึงโดยแทนค่าความเร่งกลับใน Ex.2.7-4

$$\begin{aligned} T &= m_2 g - m_2 a \\ &= m_2 g - m_2 \left(\frac{-\mu m_1 g + m_2 g}{m_1 + m_2} \right) \\ &= (1 + \mu) \frac{m_2 m_1}{m_1 + m_2} g \end{aligned}$$

อีกวิธีที่สะดวกในการกำหนดทิศคือ กำหนดทิศที่สอดคล้องกับการเคลื่อนที่เป็นบวก โดยการสมมติการเคลื่อนที่ของระบบก่อน เช่น สมมติการเคลื่อนที่ของระบบเป็นดังในรูป ความเร่งที่พิจารณาก็จะเป็นขนาดของความเร่งของมวลทั้งสองมีทิศสอดคล้องกับทิศการเคลื่อนที่ ถ้าได้ผลเป็นลบความเร่งก็จะกลับทิศกับที่สมมติไว้



สำหรับ m_1 จะมีความสัมพันธ์ในแนวที่ไม่มีการเคลื่อนที่คือ $N = m_1g$ พิจารณาการเคลื่อนที่ การเคลื่อนที่ตามแนวที่กำหนดเป็นบวก คือ T สำหรับแรงเสียดทานตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ที่กำหนด จึงเป็นลบ จะได้สมการการเคลื่อนที่

$$m_1 a = T - f = T - \mu m_1 g$$

สำหรับ m_2 พิจารณาการเคลื่อนที่ตั้งต้นแรงดึงที่ขึ้นลงเป็นลบเพราะตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ แรงเนื่องจากน้ำหนักเป็นบวกเพราะสอดคล้องกับการเคลื่อนที่

$$m_2 a = m_2 g - T$$

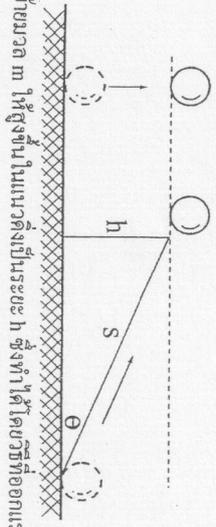
บวกสมการเข้าด้วยกันจะได้

$$(m_1 + m_2)a = m_2 g - \mu m_1 g$$

$$a = \frac{m_2 g - \mu m_1 g}{m_1 + m_2}$$

2.4 งาน และ พลังงาน

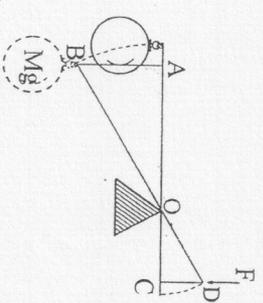
ที่ผ่านมาจะเห็นว่ากฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน อยู่บนพื้นฐานของปริมาณที่สำคัญคือ ปริมาณของการเคลื่อนที่คือ โมเมนตัม ซึ่งเป็นปริมาณที่อนุรักษ์ จึงอาจมีคำถามว่านอกจาก โมเมนตัมแล้วยังมีปริมาณอื่นที่อนุรักษ์แล้วสามารถใช้อธิบายการเคลื่อนที่ได้หรือไม่ ในปี 1686 ได้มีข้อได้เสนอปริมาณที่ต่อมาถูกพัฒนาเป็นปริมาณที่เรียกว่างาน (Work) และ พลังงาน (Energy) เพื่อใช้อธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุแทน โมเมนตัม



รูปที่ 2.11 การยกมวล m ให้สูงขึ้นไปในแนวตั้งเป็นระยะ h ซึ่งทำให้โดยวิธีที่ออกแรงแตกต่างกัน

พิจารณาตัวอย่างการยกวัตถุมวล m จากพื้นขึ้นเป็นระยะ h ดังแสดงในรูปที่ 2.11

วิธีแรกใช้การยกขึ้นตรงในแนวตั้ง ในกรณีนี้ต้องออกแรงอย่างน้อยเท่ากับน้ำหนักของวัตถุ mg เพื่อตั้งวัตถุให้ขึ้นไปด้วยความเร็วคงที่ วิธีที่สองที่สามารถทำได้คือการใช้พื้นเอียงช่วย นำหนักของวัตถุตามแนวพื้นเอียงคือ $mg \sin \theta$ จึงต้องออกแรงอย่างน้อยเท่ากับขนาดนี้เพื่อตั้งวัตถุให้ขึ้นไปตามพื้นเอียงด้วยความเร็วคงที่ จะเห็นว่าวิธีที่สองนั้นขนาดของแรงที่ใช้ขึ้นน้อยกว่ากรณีการยกขึ้นตรงด้วยค่าแฟคเตอร์ $\sin \theta$ พื้นเอียงเช่นนี้จึงเรียกว่าเครื่องกลผ่อนแรง ทำให้ขนาดของแรงที่ใช้นั้นลดลงได้ ซึ่งทำให้ทราบว่าในการได้เปรียบเมื่อเทียบกับการยกวัตถุขึ้นตรงๆ เพราะใช้แรงน้อยกว่า แต่สังเกตจะพบว่าระยะทางที่ต้องเคลื่อนที่นั้นไม่เท่ากัน การยกวัตถุในแนวตั้งใช้ระยะ h การยกวัตถุบนพื้นเอียงใช้ระยะ s ซึ่งมากกว่าการยกในแนวตั้ง พิจารณาผลคูณของขนาดของแรงกับระยะที่เคลื่อนที่ ในการยกวัตถุขึ้นตรงปริมาณนี้คือ $mg h$ สำหรับกรณีพื้นเอียงปริมาณนี้คือ $mg \sin \theta s$ จากรูปพื้นเอียงจะได้ $\sin \theta = h/s$ ทำให้ได้ $mg \sin \theta s = mg h$ จะเห็นว่าขนาดของแรงคูณกับระยะทางทั้งสองกรณีนี้เท่ากัน ปริมาณนี้เรียกว่างาน คือปริมาณแปรตลอดระยะเวลาที่เคลื่อนที่ $W = FS$ นั่นคืองานในสองวิธีที่ใช้ยกวัตถุไปให้ความสูงระดับเดียวกันเท่ากัน



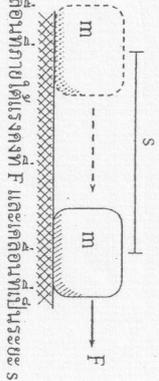
รูปที่ 2.12 หลักการสามารถแสดงที่มาได้จากงาน

พิจารณาตัวอย่างเพิ่มเติมคือระบบคานาในรูปที่ 2.12 ต้องการยกน้ำหนัก Mg ให้ขึ้นไปอยู่ในแนวระดับ ต้องออกแรงยก F ที่ปลายอีกด้านโดยระยะที่ต้องยกแล้วเคลื่อนที่คือ DC ทำให้น้ำหนักถูกยกขึ้นเป็นระยะ AB โดยพิจารณาจากงาน งานที่เกิดจากการออกแรงยกคือ $F \times CD$ และงานที่ใช้ในการยกน้ำหนักขึ้นคือ $Mg \times AB$ เมื่อพิจารณางานที่คานาปลายทางทำให้เกิดงานที่คานานำหนักจะเกิดความสัมพันธ์ $F \times CD = Mg \times AB$ หรือ $F/Mg = AB/CD$ จากสามเหลี่ยม OAB และ OCD เป็นสามเหลี่ยมคล้ายจะได้ $AB/CD = AO/CO$ จะทำให้ได้ $F/Mg = AO/CO$ หรือ $F \times CO = Mg \times AO$ นี้ก็คือหลักของคานา โดยพิจารณาจากงาน สำหรับเครื่องกลผ่อนแรงจะพบว่าทำให้ได้เปรียบเชิงแรงแต่ไม่ได้เปรียบเชิงงาน

ถ้าเป็นขงพิจารณาว่าเป็นปริมาณที่สามารถถ่ายเทหรือแลกเปลี่ยนไปมาได้ดังตัวอย่างระบบงานซึ่งต้น งานที่ยกน้ำหนักจากอกงานที่ใช้รถปลาถความอีกคัน แต่ได้มีขงเกิดความสงสัยและตั้งคำถามว่าต้นกานนี้คงองานมาจากไหน เช่นงานที่ใช้รถปลาถความอีกคันมาจากไหน ได้มีขงมีมุมมองว่างานนี้มาจากขงมีขงชีวิตคือคนที่กดปลาถความนั่นเอง โดยก่อนการกดคานนั้นขงมีอยู่ในร่างกายคนในรูปของปริมาณบางอย่างซึ่งได้เป็นขงเรียกว่าแรงแห่งขงชีวิต (living force, vis viva) เมื่อคนออกแรงกดที่ปลาถความก็คงการเปลี่ยนปริมาณแรงแห่งขงชีวิตที่สะสมอยู่ในร่างกายคนออกมาเป็นงาน

แต่จะพบว่า ในเฉพาะขงมีขงชีวิตเท่านั้นที่ทำให้เกิดงานได้ การเคลื่อนที่ขงขงมีขงชีวิตสามารถออกแรงกระทำกับขงมีขงชีวิตทำให้รถเคลื่อนที่ได้ คณนี้สามารถพัฒนาต่อไปบนหาดได้ หรืออีกตัวอย่างหาดได้ ถึงที่เปลี่ยนเป็นงานได้ขงขงไม่ได้มีอยู่ในเฉพาะขงมีขงชีวิตเท่านั้น ในภายหลังในปี 1807 โทมัส ยังได้ให้การบรรยายด้านปรัชญาธรรมชาติและเสนอคำว่า พลังงาน (energy) แทนขงที่สะสมอยู่ในขงมีขงชีวิตหรือไม่มีขงชีวิตก็ได้ โดยขงที่ขงนี้สามารถเปลี่ยนเป็นงานได้ คำว่า energy นี้มาจากภาษากรีกที่แปลว่า มีขงอยู่ในภายใน "work within" แต่คำว่าพลังงานนี้กว่าจะมาได้รับความนิยมก็ในราวปี 1852 โดยการใช้โดย ดอร์คเคตลิน โดชนำมาใช้กับปรากฏการณ์ต่างๆ ที่สามารถเปลี่ยนเป็นงานได้ ขงจะพบว่าขงมีปรากฏการณ์ต่างๆที่สามารถเปลี่ยนเป็นงานได้ ปรากฏการณ์ต่างๆเหล่านี้ก็คือรูปแบบต่างๆของพลังงาน ในปี 1855 แรตลินได้พยายามให้คำจำกัดความของคำว่าพลังงาน โดยกล่าวว่าพลังงานนี้หมายถึงทุกๆสถานะของสารซึ่งประกอบกันขึ้นเป็นความสามารถที่จะทำให้เกิดงาน

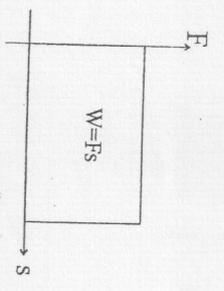
พิจารณาการเคลื่อนที่ใน 1 มิติในรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13 วัตถุเคลื่อนที่ภายใต้แรงคงที่ F และเคลื่อนที่เป็นระยะ s ปริมาณงาน $W = Fs$ วัตถุกระทำด้วยแรงคงที่ F ตลอดระยะทาง s งานที่กระทำต่อวัตถุนี้ขงแรง F คือ

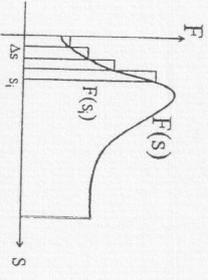
$$W = Fs \quad (2.17)$$

ตามการนี้สามารถพิจารณาว่าเป็นพื้นที่ใต้เส้น โดยที่ความสูงคือ F และฐาน s เป็นขนาดของการกระจัด



รูปที่ 2.14 งานโดยแรงคงที่คือพื้นที่สี่เหลี่ยม $W = Fs$

งานโดยแรงไม่คงขงขงว่าหาปริมาณการเคลื่อนที่ใน 1 มิติ สามารถหาได้โดยการแบ่งช่วงของการกระจัดออกเป็นช่วงสั้นๆจำนวนมากแล้วรวมค่าไว้ในแต่ละช่วงนี้ขงประมาณว่าคงที่



รูปที่ 2.15 งานโดยแรงไม่คงขงคือพื้นที่ใต้กราฟ $F(s)$

ในช่วงสั้นๆจะได้งานคือ $W_i = F(s_i) \Delta s$ งานรวมหาได้จากกรรวมงานย่อยเหล่านี้ขงด้วยกัน

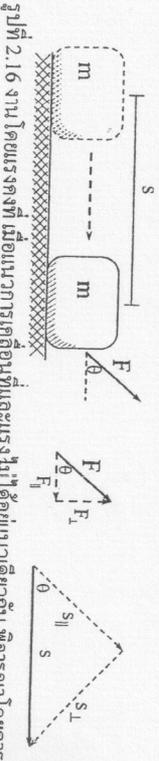
$$W = \sum W_i = \sum F(s_i) \Delta s$$

ในการอินทิเกรต

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F ds \quad (2.18)$$

ขงคือพื้นที่ใต้กราฟ $F(s)$ นั่นเอง

พิจารณางานเมื่อแนวการเคลื่อนที่และแรงไม่ได้อยู่แนวเดียวกัน



รูปที่ 2.16 งานโดยแรงคงที่ เมื่อแนวการเคลื่อนที่และแรงไม่ได้อยู่แนวเดียวกัน พิจารณาโดยการแยกองค์ประกอบของแรง หรือการกระจัด

เมื่อแรงไม่อยู่ในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่หรือการกระจัดตั้งในรูปที่ 2.16 โดยแรงทำมุม θ กับทิศของการกระจัด โดยการแยกองค์ประกอบของแรงออกเป็นสองส่วนคือ ส่วนที่ขนานกับแนวการเคลื่อนที่หรือการกระจัด F_{\parallel} และส่วนที่ตั้งฉาก F_{\perp} จะเห็นว่าเพียงขงองค์ประกอบของแรงที่ขนานกับการกระจัดเท่านั้นที่ก่อให้เกิดงานได้ เพราะสามารถทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปในแนวขงแรง F_{\parallel} ได้

แรงที่ดึงลากับการกระจัดไม่ก่อให้เกิดงานเพราะไม่สามารถทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปตามแนวของแรง F_{\perp} ได้ จึงนิยามงานเป็นขนาดขององค์ประกอบของแรงในแนวเดียวกับการกระจัดคูณกับขนาดของการกระจัด $W = F_{\parallel} s$ แทนค่าขนาดขององค์ประกอบ $F_{\parallel} = F \cos \theta$ จะได้งานสำหรับแรงคงที่ที่ทำมุม θ กับการกระจัด

$$W = F s \cos \theta \quad (2.19)$$

หรือพิจารณาอีกแบบคือ มองว่าการกระจัดทำมุมกับแรง θ แยกองค์ประกอบของการกระจัดเป็นสองส่วน ส่วนที่ขนานกับแรง s_{\parallel} และส่วนที่ตั้งฉากกับแรง s_{\perp} ส่วนที่ตั้งฉากกับแรงนี้ไม่ได้รับอิทธิพลจากแรงเป็นการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ จึงไม่มีความเกี่ยวข้องกับงานที่กระทำต่อวัตถุจึงนิยามจากขนาดของแรงคูณขนาดของการกระจัดในแนวแรง $W = F s_{\parallel} = F s \cos \theta$

งานซึ่งหาจากขนาดของแรงคูณกับขนาดของการกระจัดและค่าโคไซน์ของมุมระหว่างแรงและการกระจัด หน่วยของงานคือหน่วยของแรงและการกระจัด $N \cdot m$ เพื่อเป็นเกียรติกับจูเลียส วารกานของกฏอนุรักษ์พลังงานหน่วยของงานหรือพลังงานนี้จึงเรียกเป็น จูล $J = N \cdot m$

ตัวอย่าง 2.6 หากงาน ถ้าวัตถุเริ่มเคลื่อนที่ขึ้นแล้วถูกดึงด้วยแรงขนาด 50 นิวตันตลอดระยะ 1 เมตร และผลการกระจัดมีทิศไปในทางเดียวกัน มุมระหว่างแรงและการกระจัดคือ 0° จะได้อ่านที่กระทำต่อวัตถุ

$$\begin{aligned} W &= F s \cos \theta \\ &= (50 \text{ N})(1 \text{ m}) \cos 0 \\ &= 50 \text{ J} \end{aligned}$$

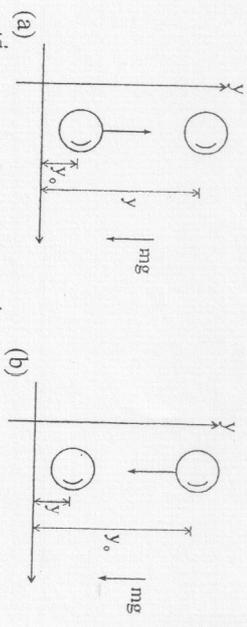
ถ้าลิบวัตถุเคลื่อนที่อยู่ทำการออกแรง 50 นิวตันขึ้นเพื่อจะปล่อยให้วัตถุหยุด โดยให้ระยะ 1 เมตร การกระจัดและแรงมีทิศสวนกัน มุมระหว่างแรงและการกระจัดคือ 180° งานที่ทำคือ

$$\begin{aligned} W &= F s \cos \theta \\ &= (50 \text{ N})(1 \text{ m}) \cos 180 \\ &= -50 \text{ J} \end{aligned}$$

ปริมาณงานนั้นเป็นบวกหรือลบได้ แต่งานนั้นไม่ได้เป็นปริมาณแวกเตอร์ เพราะงานขึ้นกับขนาดของแวกเตอร์และมุม ซึ่งไม่ขึ้นกับระบบพิกัดที่ใช้ การสังเกตในทิศใดๆ งานก็ยังคงเท่าเทียมงานเป็นปริมาณสเกลาร์

งานจากแรงโน้มถ่วง เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ขึ้นจากจุดตั้งต้น y_0 ไประยะใดๆ y การกระจัดมีขนาด $y - y_0$ มีทิศขึ้นตรงกับแรงโน้มถ่วง รูปที่ 2.17(a) จะได้อ่านที่กระทำต่อวัตถุคือ

$$\begin{aligned} W_G &= (y - y_0) m g \cos 180 \\ &= -m g (y - y_0) \end{aligned} \quad (2.20)$$

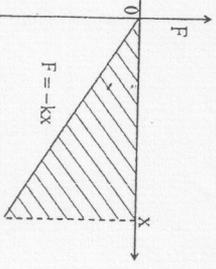


รูปที่ 2.17 (a) งานโดยแรงโน้มถ่วงเมื่อแรงโน้มถ่วงและการกระจัดมีทิศตรงกันขึ้น (b) งานโดยแรงโน้มถ่วงเมื่อแรงโน้มถ่วงและการกระจัดมีทิศสวนกัน

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ลงจากจุดตั้งต้น y_0 ไประยะใดๆ y การกระจัดมีขนาด $y_0 - y$ มีทิศลงเช่นเดียวกับแรงโน้มถ่วง รูปที่ 2.17(b) จะได้อ่านคือ

$$\begin{aligned} W_G &= (y_0 - y) m g \cos 0 \\ &= m g (y_0 - y) = -m g (y - y_0) \end{aligned} \quad (2.21)$$

งานโดยแรงคืนตัวของสปริง แรงคืนตัวของสปริงมีทิศตรงกันกับการกระจัดเสมอ $F = -kx$ และเป็นแรงไม่คงตัว ต้องพิจารณาจากพื้นที่ใต้กราฟ (เข้าหาแกนอน)



รูปที่ 2.18 งานโดยแรงคืนตัวของสปริงหาได้จากพื้นที่ใต้กราฟ พิจารณาการทำงานในการเคลื่อนที่จากตำแหน่งสมมูล $x = 0$ ไปตำแหน่งใดๆ x พื้นที่ใต้กราฟ พิจารณาพื้นที่เข้าหาแกนอน พื้นที่ด้านล่างแกนอนเป็นลบ จะได้อ่านเท่ากับพื้นที่ตามเหลี่ยมฐาน x และสูง kx จึงได้อ่านจากแรงคืนตัวสปริง

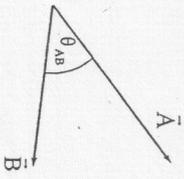
$$W_s = -\frac{1}{2} k x^2 \quad (2.22)$$

2.4.1 ผลคูณแบบดอท

เทอม $W = F \cos \theta$ สามารถเขียนในสัญลักษณ์ของเวกเตอร์คือ $W = \vec{F} \cdot \vec{r}$ เรียกว่า การคูณเวกเตอร์ (Dot product) เป็นการกระทำระหว่างเวกเตอร์แบบหนึ่ง โดยนิยามการคูณระหว่างเวกเตอร์ใดๆคือ

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta_{AB} \tag{2.23}$$

เมื่อ θ_{AB} เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ \vec{A} และ \vec{B}



รูปที่ 2.19 การคูณเวกเตอร์

การคูณนี้กลับที่ได้

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= AB \cos \theta_{AB} \\ \vec{B} \cdot \vec{A} &= BA \cos \theta_{BA} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 2.7 การคูณของเวกเตอร์หน่วย $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ เวกเตอร์เหล่านี้มีขนาดเป็นหนึ่งและอยู่ประจำแกนซึ่งตั้งฉากกัน

พิจารณาการคูณของเวกเตอร์หน่วยกับตัวเอง ซึ่งขนาดกัน $\theta = 0^\circ$ จะได้

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = \cos 0 = 1$$

สำหรับเวกเตอร์หน่วยคนละตัวซึ่งตั้งฉากกัน $\theta = 90^\circ$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \cos 90^\circ = 0$$

นั่นคือเวกเตอร์หน่วยตัวเดียวกันคูณกันได้ 1 เวกเตอร์หน่วยคนละตัวคูณกันได้ 0 สามารถนำผลนี้ไปใช้ในการคูณเวกเตอร์ใดๆก็ได้

พิจารณาการคูณระหว่างเวกเตอร์ \vec{A} และ \vec{B}

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

กระจายเทอม

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= A_x B_x \hat{i} \cdot \hat{i} + A_x B_y \hat{i} \cdot \hat{j} + A_x B_z \hat{i} \cdot \hat{k} \\ &+ A_y B_x \hat{j} \cdot \hat{i} + A_y B_y \hat{j} \cdot \hat{j} + A_y B_z \hat{j} \cdot \hat{k} \\ &+ A_z B_x \hat{k} \cdot \hat{i} + A_z B_y \hat{k} \cdot \hat{j} + A_z B_z \hat{k} \cdot \hat{k} \end{aligned}$$

แทนค่า $\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$ และ $\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = 0$ จะได้

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \tag{2.24}$$

ผลการคูณของเวกเตอร์เป็นผลรวมของผลคูณขององค์ประกอบในแกนเดียวกัน

ตัวอย่าง 2.8 หามุมระหว่าง $\vec{A} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ และ $\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

จากการคูณ (2.23) $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta_{AB}$

$$A = \sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2} = 7, B = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 21 \cos \theta_{AB}$$

$$\rightarrow \cos \theta_{AB} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{21}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 12 - 6 - 2 = 4$$

จาก (2.24)

จึงหามุมระหว่างเวกเตอร์ได้จาก

$$\cos \theta_{AB} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{21} = \frac{4}{21}$$

$$\rightarrow \theta_{AB} = \cos^{-1} \left(\frac{4}{21} \right) = 79^\circ$$

#

โดยใช้การคูณ งานจึงหาได้จากผลคูณของเวกเตอร์แรงและเวกเตอร์การกระจัด กรณีที่แรงไม่คงที่ พิจารณา งานโดยการแบ่งการกระจัดออกเป็นช่วงสั้นๆ $\Delta \vec{r}$ แล้วหา งานจากการรวมงานจากช่วงสั้นๆเหล่านี้

โดยการคูณเวกเตอร์สำหรับงานกรณีทั่วไปจึงเขียนเป็น

$$W = \sum_i \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r}_i = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \tag{2.25}$$

สำหรับงานเมื่อคำนวณถึงเวลาด้วย กำหนดปริมาณเรียกว่ากำลัง (Power) P คืออัตราส่วนของงานที่กระทำต่อช่วงเวลา

$$P = \frac{W}{t} \tag{2.26}$$

หน่วยของกำลังคือ J/s หรือ วัตต์ (W) ถ้ากำลังมีค่าคงที่ สามารถหางานได้จาก การคูณกำลังด้วยช่วงเวลา $W = Pt$ เมื่อเปรียบเทียบกับเครื่องชนิดที่ที่มีกำลังต่างกัน เครื่องชนิดที่มีกำลังสูงคือเครื่องชนิดที่ทำงานได้มากกว่าในช่วงเวลาที่เท่ากัน เพื่อให้ได้งานเท่ากัน เครื่องชนิดที่มีกำลังต่ำกว่าจะต้องทำงานในเวลาที่นานกว่า

2.4.2 พลังงานจลน์ (Kinetic Energy, KE)

รูปแบบแรกของพลังงานที่เราจะกล่าวถึงคือการเคลื่อนที่ (motion) เช่นอากาศที่เคลื่อนที่ตามารถลัดใบเรือให้แล่นไป ไม่ใช่อากาศนิ่ง น้ำที่เคลื่อนที่ตามรถพิพาทินกรวรถทรายไปใต้ไม้ไผ่บ้าง ๆ ไม่ใช่หน้าต่างหรืออากาศที่บรรจุพลังงานไว้ แต่เป็นการเคลื่อนที่ของอากาศหรือน้ำนั้นคือทุกๆ สิ่งที่เคลื่อนที่จะมีพลังงานอยู่ด้วย เช่นบอลกอล์ฟมีความเร็วคงที่ จนกับกลิ้งลงที่เนินอยู่ ทำให้กลิ้งลงได้เร็ว ในการชนนั้นบอลจะถ่ายเทโมเมนตัมให้กับกลิ้งลง ทำให้กลิ้งลงเคลื่อนที่ หรือก็คือบอลให้งานกับกลิ้งลง พลังงานที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่นี้ถูกเรียกว่าพลังงานจลน์

เพื่อการพิจารณาในรูปแบบของพลังงานจลน์ในวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ใน 1 มิติ พิจารณาวัตถุที่มีความเร็ว v_0 แต่รับงานเข้ามาแล้ววัตถุเร็ว v พิจารณางานที่ให้แก่วัตถุ $W = Fs$ แทน $F = ma$ จะได้ว่า $W = mas$ เมื่อ s เป็นระยะการเคลื่อนที่ภายใต้แรง เมื่อพื้นที่ระยะนี้ไปแล้ววัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ v สำหรับแรงคงที่ ความเร่งคงที่ ระยะที่เคลื่อนที่หาได้จาก $s = (v^2 - v_0^2) / 2a$ แทนค่าในงานจะได้ว่า

$$W = mas = ma \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$\rightarrow W = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \quad (2.27)$$

เทอม $\frac{mv^2}{2}$ $KE = \frac{mv^2}{2}$ (2.28)

คือพลังงานจลน์ของวัตถุมวล m ที่มีอัตราเร็ว v
 การพิจารณาในมิติที่สูงขึ้นทำได้โดยการแยกแนวเวกเตอร์เท่านั้น เช่นในกรณี 2 มิติ เมื่อสมมติว่าความเร็วต้นเป็นศูนย์

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = ma_x \Delta x + ma_y \Delta y$$

$$= ma_x \frac{v_x^2}{2a_x} + ma_y \frac{v_y^2}{2a_y}$$

$$= \frac{1}{2} m(v_x^2 + v_y^2) = \frac{1}{2} mv^2$$

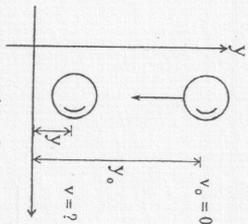
ความสัมพันธ์ 2.27 เริ่มปรากฏในปลายศตวรรษที่ 18 โดยเชื่อว่า Fs มีความสัมพันธ์กับ mv^2 ในช่วงนั้นยังเชื่อว่าแรงแห่งชีวิตของ โลป็นชคือ mv^2 ซึ่งต่างจากโมเมนตัมที่มีหน่วยคือ mv จนกระทั่ง คอริโอลิสได้เขียนความสัมพันธ์ที่ถูกต้อง คือ $Fs = mv^2/2$ ออกมาในปี 1829

สมการ 2.27 แสดงงานและพลังงานจลน์เปลี่ยนรูปกันไว้ ถ้าแต่เดิมวัตถุมีความเร็ว

เดิมต้นอยู่แล้ว v_0 จะมีพลังงานจลน์ $mv_0^2/2$ จากนั้นได้รับงาน W เข้าไปทำให้วัตถุมีความเร็วเป็น v มีพลังงานจลน์ $mv^2/2$ งานที่รับเข้ามาทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุเปลี่ยนไป สมการ 2.27 นี้ แสดงความสัมพันธ์ที่เรียกว่า **ทฤษฎีบทงานพลังงาน** คือ งานที่กระทำต่อวัตถุเท่ากับผลต่างพลังงานจลน์เดิมของวัตถุ หรือพลังงานจลน์ที่เปลี่ยนไปของวัตถุเท่ากับงานที่กระทำต่อวัตถุ

$$W = \Delta KE = KE_2 - KE_1 \quad (2.29)$$

ตัวอย่าง 2.9 วัตถุมวล m ตกจากจุดหยุดนิ่งที่ระยะ y_0 เหนือพื้น เมื่อตกมาอยู่ที่ระยะ y เหนือพื้น วัตถุจะมีอัตราเร็วเท่าใด



จากสมการ 2.21 งานเนื่องจากแรงโน้มถ่วงที่กระทำต่อวัตถุคือ $W_G = mg(y_0 - y)$ ที่ตำแหน่งเริ่มต้น y_0 มีอัตราเร็วเป็นศูนย์ซึ่งมีพลังงานจลน์ $KE_1 = 0$ ที่ตำแหน่ง y มีอัตราเร็ว v มีพลังงานจลน์ $KE_2 = \frac{1}{2}mv^2$ โดยทฤษฎีบทงานพลังงาน จะได้

$$W_G = KE_2 - KE_1$$

$$mg(y_0 - y) = \frac{mv^2}{2} - 0$$

$$v = \sqrt{2g(y_0 - y)}$$

#

ตัวอย่าง 2.10 ลูกชอกกีมวล 0.25kg ถูกตีทำให้มีความเร็วต้นในการเคลื่อนที่ขนาด 60m/s ไปบนพื้นน้ำแข็งซึ่งมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.03 โดยความเสียดทานนี้ในที่สุดลูกชอกกีจะหยุดหา งานที่กระทำต่อลูกชอกกีนี้เนื่องจากแรงเสียดทาน

แรงที่กระทำต่อลูกชอกกีคือแรงเสียดทาน $f = \mu mg$ จะทำให้ลูกชอกกีมีความเร่งคือ $a = -\mu g$ หาระยะที่เคลื่อนที่ได้จาก $2a(x - x_0) = v^2 - v_0^2$ จะได้ว่าระยะ

$$(x - x_0) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(60\text{m/s})^2}{2\mu\text{g}}$$

$$W = -f(x - x_0) = -\mu\text{mg} \frac{(60\text{m/s})^2}{2\mu\text{g}} = -450\text{J}$$

อีกวิธีในการพิจารณาคือการใช้ทฤษฎีบททางพลังงาน เริ่มต้นถูกช็อกด้วยความเร็ว $v = 60\text{m/s}$ จะมีพลังงานจลน์ $KE_1 = \frac{1}{2}mv^2$ แรงเสียดทานทำให้ถูกช็อกหยุดลงพลังงานจลน์เป็นศูนย์ $KE_2 = 0$ โดยทฤษฎีบทงานพลังงานที่แรงเสียดทานทำต่อถูกช็อกก็

$$W = KE_2 - KE_1 = 0 - mv^2/2 = 0 - (0.25\text{kg})(60\text{m/s})^2/2 = -450\text{J}$$

งานเป็นลบแสดงว่าถูกช็อกเป็นฝ่ายเสียพลังงาน พลังงานจลน์ของช็อกก็สูญเสียออกไป ในรูปของความร้อนเป็นจำนวนมาก #

ในกรณีเริ่มต้นของกลศาสตร์นั้นดูเหมือนจะมีการแข่งขันการระหว่างแนวคิดโมเมนตัมของนิวตัน และแนวคิดงาน(แรงเชิงวิถี)ของไลบ์นิซ ในภายหลังจึงนักคิดหลายคนเข้ามาพิจารณาปัญหา เช่น คีแลมเบิร์ตได้ชี้ว่าแนวคิดโมเมนตัมของดาร์ต และนิรันดร์ และแนวคิดเรื่องงานของไลบ์นิซนั้นถูกทิ้งไว้เป็นคนละมุมมองเท่านั้น ถ้าเราพิจารณาจะพบว่าโมเมนตัมก็คือแรงของนิวตันที่กระทำไปตลอดในช่วงเวลา $Ft = mat$ จาก $v = at$ จะได้ $Ft = mv$ ในขณะที่แรงเชิงวิถีของไลบ์นิซก็คือแรงของนิวตันที่กระทำไปตลอดระยะในอวกาศ $Fs = mas$ แทนค่า $s = v^2/2a$ จะได้ $Fs = mav^2/2a = m v^2/2$ เมื่อแก้ปัญหาดังกล่าวทางกลศาสตร์ซึ่งขึ้นอยู่กับความเร็วหรือความเหมาะสมที่จะเลือกใช้วิธีการใดหรือมุมมองใดเพื่อแก้ปัญหา

2.4.3 พลังงานศักย์ (Potential Energy, PE)

ถ้าเราวางบอลไปในอากาศ บอลมีความเร็วว่าหนึ่งในมือหลุดจากมือเรา บอลจะลอยสูงขึ้น แต่ขณะที่สูงขึ้นความเร็วจะค่อยๆ ลดลงเนื่องจากความแรงโน้มถ่วง จนความเร็วเป็นศูนย์ที่จุดที่ขึ้นไปถึงสูงสุด นั่นคือพลังงานจลน์ของบอลค่อยๆ ลดลงและหายไป ที่จุดสูงสุด เมื่อถึงจุดสูงสุดแล้วกลับตกลงมาใหม่ ความเร็วก็จะค่อยๆ เพิ่มขึ้น คือกลับมามีพลังงานจลน์เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งพบพื้นดิน จะเห็นว่าระหว่างเคลื่อนที่บอลสูญเสียพลังงานจลน์ ในขณะที่ขึ้นและได้รับพลังงานจลน์ในขณะลง ถ้าเราถือว่าพลังงานจลน์ไม่หายไปไหน ความว่างเปล่าและก็ไม่สามารถ

สร้างได้จากความว่างเปล่า ถ้าถามเด็กผู้คือบอลเสียพลังงานไปให้กับใคร หรือรับพลังงานจลน์มาจากใคร ถ้าเราถือว่าพลังงานนั้นต้องยังมีมา ค่าตอบที่เป็นไปได้ก็คือ ในระหว่างเคลื่อนที่ขึ้นพลังงานจลน์ได้เปลี่ยนไปเป็นพลังงานรูปแบบอื่น และในขณะที่ลงพลังงานรูปแบบอื่นนั้นก็เปลี่ยนรูปกลับมาเป็นพลังงานจลน์

พิจารณาเมื่อเราขว้างวัตถุขึ้นไปจากระดับอ้างอิง y_0 ขึ้นไปวางที่ตำแหน่ง y เพื่อการนี้เราต้องออกแรงขนาดเท่ากับแรงโน้มถ่วง $F^{ext} = mg$ เพื่อให้วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นไปด้วยความเร็วคงที่อย่างช้าๆ งานที่เราต้องทำคือ $W^{ext} = F^{ext}(y - y_0) = mg(y - y_0)$ เมื่อยกขึ้นไปวางที่ตำแหน่ง y แล้วปริมาณงานที่ทำจากภายนอกนี้ไม่หายไปไหน แต่เข้าไปสะสมเป็นพลังงาน (ในวัตถุ) เมื่อเห็นวัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง y ใดๆ เหนือระดับอ้างอิง y_0 สามารถกล่าวได้ว่ามีพลังงาน $mg(y - y_0)$ นี้สะสมอยู่ในวัตถุไม่ต้องพิจารณาหาผู้ที่ออกแรงยก จึงอาจพิจารณาว่าพลังงานนี้เป็นพลังงานของตำแหน่ง "energy of position" ในปี 1853 แรงคินจึงเสนอคำว่า พลังงานศักย์ "Potential energy" สำหรับพลังงานของตำแหน่ง สำหรับพลังงานของตำแหน่งหนึ่งเนื่องจากความโน้มถ่วงอาจเรียกได้ว่างานที่เป็นพลังงานศักย์โน้มถ่วงเพื่อแยกจากพลังงานศักย์อื่นๆ พลังงานศักย์โน้มถ่วงเทียบกับตำแหน่งอ้างอิง y_0 .

$$PE_G = mg(y - y_0) \tag{2.30}$$

เมื่อ PE แทนพลังงานศักย์ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ขึ้นพลังงานศักย์จะเพิ่มขึ้นไปและเช่นกัน เมื่อเคลื่อนที่ลงก็จะลดลง โดยให้พลังงานศักย์ที่ตำแหน่งอ้างอิงเป็นศูนย์จึงอาจเขียนพลังงานศักย์โน้มถ่วงที่ตำแหน่งใดๆ เป็น $PE_G(y) = mgy$

เมื่อเทียบกับงานจากแรงโน้มถ่วงสมการ 2.20 $W_G = -mg(y - y_0)$ จะพบว่า การเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์มีความสัมพันธ์กับงานจากแรงโน้มถ่วง

$$\begin{aligned} \Delta PE_G &= PE_G(y) - PE_G(y_0) \\ &= mgy - mgy_0 = -W_G \\ W_G &= -\Delta PE_G \end{aligned} \tag{2.31}$$

หรือ งานจากแรงโน้มถ่วงเท่ากับค่าลบของการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ ความสัมพันธ์นี้ใช้ได้กับพลังงานศักย์รูปแบบอื่นๆ เช่นกับพลังงานศักย์ที่หุ้มของสปริง

$$W_s = -\Delta PE_s$$

จาก(2.22) พลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริงคือ

$$PE_s = \frac{kx^2}{2} \quad (2.32)$$

เมื่อ x เป็นระยะที่วัดจากตำแหน่งสมดุล

จากสมการ 2.30 เมื่อรวมกับทฤษฎีบทพลังงานจะได้

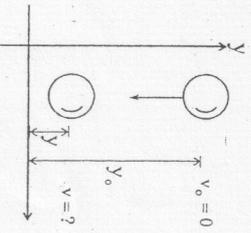
$$\begin{aligned} W_G &= -\Delta PE_G = -(PE_{G2} - PE_{G1}) \\ W_G &= \Delta KE = KE_2 - KE_1 \\ -PE_{G2} + PE_{G1} &= KE_2 - KE_1 \end{aligned}$$

ย้ายข้างสมการ

$$KE_1 + PE_{G1} = KE_2 + PE_{G2} \quad (2.33)$$

ผลรวมของพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ที่ตำแหน่ง 1 และตำแหน่ง 2 เท่ากัน การขยับของสปริงในอากาศแล้วพลังงานจลน์ของลูกกลิ้งเมื่อตำแหน่งสูงขึ้นไปจึงสามารถอธิบายได้ว่าพลังงานจลน์ที่ลดลงนี้ไปปรากฏเป็นการเพิ่มขึ้นในพลังงานศักย์ เมื่อขึ้นไปสูงสุดความเร็วมืดลงเป็นศูนย์ พลังงานจลน์จะเป็นศูนย์ที่จุดนี้ พลังงานศักย์จะมีค่าสูงสุด จากนั้นบอลจะตกลงพื้นแล้วเริ่มมีความเร็วเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ เมื่อลดตำแหน่งลง พลังงานจลน์เพิ่มขึ้นและพลังงานศักย์จะลดลงโดยการเปลี่ยนแปลงเป็นพลังงานจลน์เอง พลังงานจลน์และพลังงานศักย์นี้ไม่คงที่เปลี่ยนไปมาหากันได้ แต่ที่ตำแหน่งใดๆ พลังงานทั้งสองส่วนนี้รวมกันเป็นค่าคงที่เสมอ

ตัวอย่าง 2.11 วัตถุมวล m ตกจากจุดหยุดนิ่งที่ระยะ y_0 เหนือพื้น เมื่อตกมาอยู่ที่ระยะ y เหนือพื้น วัตถุจะมีอัตราเร็วเท่าใด



ที่ระยะ y_0 พลังงานจลน์ของวัตถุเป็นศูนย์เนื่องจากความเร็วต้นเป็นศูนย์ มีเพียงพลังงานศักย์ที่ตำแหน่งนี้คือ mgy_0 เมื่อวัตถุตกลงมาที่ตำแหน่ง y จะมีพลังงานจลน์ $\frac{1}{2}mv^2$ และพลังงานศักย์ mgy จากสมการ 2.33 ผลรวมของพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ระหว่างสองตำแหน่งเท่ากัน

$$\begin{aligned} mgy_0 &= \frac{1}{2}mv^2 + mgy \\ v &= \sqrt{2g(y_0 - y)} \end{aligned}$$

จัดรูปสมการจะได้อัตราเร็วที่ตำแหน่ง y

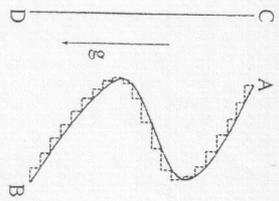
#

จุดสำคัญสำหรับการพิจารณาพลังงานศักย์คือ พลังงานศักย์ไม่ใช้พลังงานของอนุภาค

เดี่ยวๆ แต่เป็นพลังงานของระบบ เช่น พลังงานศักย์โน้มถ่วงเกิดจากแรงดึงดูดระหว่างวัตถุกับโลก หรืออาจกล่าวถึงจากอันตรกิริยาโน้มถ่วงระหว่างวัตถุกับโลก พลังงานศักย์จึงคล้ายกับแรงในแง่ที่ว่าไม่ได้เป็นสมบัติของอนุภาคใดอนุภาคหนึ่งแต่เป็นสมบัติของระบบที่มีอันตรกิริยากัน และอีกจุดหนึ่งคือการเลือกของระบบ พิจารณาวัตถุเป็นก้อนหินมีอันตรกิริยาโน้มถ่วงกับโลก สามารถใช้มุมมองที่ต่างกันพิจารณาการเคลื่อนที่ของก้อนหินได้ เช่น ถ้ามองว่าทั้งก้อนหินและโลกเป็นระบบ พลังงานของระบบก็จะประกอบด้วยพลังงานศักย์ของโลกและก้อนหิน พลังงานจลน์ของก้อนหิน และพลังงานจลน์ของโลก(ซึ่งมักถูกละเลยโดยมองว่าโลกเป็นจุดอ้างอิง) พลังงานจลน์ของก้อนหินสามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยการเปลี่ยนไปเป็นพลังงานศักย์โน้มถ่วง โดยกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 3 แรงภายในหักล้างกันเป็นศูนย์ ถ้าไม่มีแรงภายนอกมากระทำกับระบบพลังงานของระบบก็จะมีเพียงการเปลี่ยนแปลงที่ไปมาระหว่างพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ แต่ถ้าเลือกที่จะมองว่าก้อนหินเป็นระบบที่สนใจ ก็จะมีพลังงานจลน์ของก้อนหินเพียงอย่างเดียว พลังงานจลน์ของก้อนหินสามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยขงงานที่กระทำต่อก้อนหินเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

2.4.3 แรงอนุรักษ์ และการอนุรักษ์พลังงานกล

ถ้าให้แรงโน้มถ่วงนี้มีลักษณะพิเศษเรียกว่าเป็นแรงอนุรักษ์ คือเมื่อเราพิจารณาพลังงานภายใต้แรงโน้มถ่วงจะพบว่างานนี้ขึ้นกับจุดตั้งต้นและจุดปลายทางของการเคลื่อนที่ที่พิจารณาเท่านั้น



รูปที่ 2.20 งานโดยแรงโน้มถ่วงไม่ขึ้นกับเส้นทาง ขึ้นกับตำแหน่งต้นและปลายทางเท่านั้น

พิจารณาในลึกลับโลกเราอาจประมาณว่าแรงโน้มถ่วงคงที่และมีทิศทางชี้ลง ให้วัตถุเคลื่อนที่จากตำแหน่ง A ไปยังตำแหน่ง B เป็นต้นั้น โค้งต่างในรูปที่ 2.20 สามารถหาทางที่ได้โดยการแบ่งเส้นทางจากการเคลื่อนที่ออกเป็นช่วงการกระจัดสั้นๆ หากจากแต่ละช่วงนี้แล้วจึงรวมเข้าด้วยกันเป็นงานรวมจาก A ไป B ในแต่ละช่วงสั้นๆ นี้เป็นการกระจัดออกเป็นสององค์ประกอบคือในแนวตั้งและแนวราบที่ตัดฉากกัน การกระจัดในแนวราบตัดฉากกับแรงจึงไม่มีการทำงาน มีงานเฉพาะการ

กระจัดในแนวตั้งเท่านั้น โดยการรวมงานย่อยๆ ที่ไม่เป็นศูนย์จากการกระจัดในแนวตั้งก็จะได้ว่างานรวม และจะพบว่าการกระจัดในแนวตั้งหนึ่งรวมกันก็จะมีระยะเท่ากับระยะ CD ซึ่งจะได้งานคือ $W = mgCD$ โดยวิธีเดียวกันนี้สำหรับเส้นทางใดๆ ที่เชื่อมระหว่างสองจุด A และ B จะได้ว่างานปริมาตรที่เท่ากันนี้เสมอ งานขึ้นกับจุดต้นและจุดปลายทางเท่านั้น นั่นคือลักษณะของแรงอนุรักษ์ งานเนื่องจากแรงอนุรักษ์ขึ้นกับจุดต้นและปลายทางเท่านั้น ไม่ขึ้นกับเส้นทางที่เคลื่อนที่ ดังนั้นถ้าวัตถุเคลื่อนที่ภายใต้แรงโน้มถ่วงกลับมาก็ดี การกระจัดย่อมเป็นศูนย์ ดังนั้นงานจากแรงโน้มถ่วงย่อมเป็นศูนย์สำหรับการเคลื่อนที่ป็นวงปิดใดๆ สำหรับแรงอนุรักษ์เช่นแรงโน้มถ่วง แรงตึงสปริง แรงไฟฟ้า ฯลฯ งานสำหรับเส้นทางใดๆ จะเขียนได้ในรูปของผลต่างระหว่างจุดต้นและจุดปลายทาง

$$W = \sum \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r}_i = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = X_2 - X_1$$

ทำให้สามารถนิยามพลังงานศักย์สำหรับแรงอนุรักษ์ได้ โดยความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานศักย์และงานจากแรงอนุรักษ์ W_c คืองานจากแรงอนุรักษ์เท่ากับผลต่างของพลังงานศักย์ หรือพลังงานศักย์ที่เปลี่ยนแปลงไปเท่ากับค่าลบของงานโดยแรงอนุรักษ์

$$W_c = -\Delta PE = -(PE_2 - PE_1) \quad (2.34)$$

ถ้าทำปฏิกิริยาหนึ่งจากแรงโน้มถ่วง W_{nc} จะไม่สามารถเขียนในรูปของผลต่างระหว่างจุดต้นและปลายทางได้ จึงไม่สามารถกำหนดพลังงานศักย์สำหรับแรงโน้มถ่วง ตัวอย่างของแรงโน้มถ่วงที่สำคัญคือแรงเสียดทาน เมื่อวัตถุเคลื่อนที่โดยมีแรงเสียดทานกระทำ เมื่อกลับมาจุดเดิมงานจากแรงเสียดทานจะไม่เป็นศูนย์

เมื่อมีแรงหลายๆ แรงกระทำต่ออนุภาค ประกอบด้วยแรงอนุรักษ์และแรงไม่อนุรักษ์ โดยทฤษฎีบทงานพลังงาน

$$W = W_c + W_{nc} = \Delta KE$$

ถ้าทำปฏิกิริยาจากแรงอนุรักษ์จะสามารถเขียนอยู่ในรูปของการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ได้ $W_c = -\Delta PE$ จะได้ว่า

$$W = -\Delta PE + W_{nc} = \Delta KE$$

สามารถเขียนเป็น

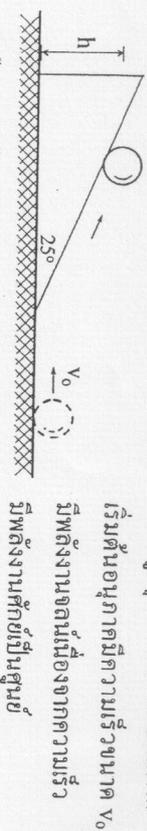
$$W_{nc} = \Delta KE + \Delta PE = \Delta(KE + PE) \quad (2.35)$$

งานเนื่องจากแรงไม่อนุรักษ์มีค่าเท่ากับผลต่างพลังงานกล(พลังงานรวมกับพลังงานศักย์) ถ้าแรงที่กระทำต่อระบบมีเพียงแรงอนุรักษ์ก็จะได้ว่า กฎการอนุรักษ์พลังงานกล

พลังงานกลของระบบมีค่าคงที่ หรืออาจเขียนเป็น

$$0 = \Delta(KE + PE) \quad (2.36)$$

ตัวอย่าง 2.12 อนุภาคมวล m เคลื่อนที่บนพื้นราบด้วยความเร็วคงที่ขนาด v_0 ขึ้นไปบนพื้นเอียง โดยไม่คำนึงถึงความเสียดทาน อนุภาคนี้จะขึ้นไปบนพื้นเอียงมีระยะสูงสุดจากพื้นราบเป็นเท่าใด



เริ่มที่อนุภาคมีความเร็วขนาด v_0 มีพลังงานจลน์เนื่องจากความเร็ว $\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgh$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgh$$

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

จะได้ระยะสูงสุดคือ

ถ้าใช้แนวคิดแรงกับปัญหา ในแนวการเคลื่อนที่กระทำคือ $F = -mg \sin 25^\circ$ ทำให้อนุภาคมีความเร่ง $a = -g \sin 25^\circ$ โดยมองว่าที่รอยต่อพื้นเอียงและพื้นราบเรียบมาก อัตราเร็วที่รอยต่อจึงไม่เปลี่ยน จะได้ว่าความเร็วต้นของการเคลื่อนที่คือ v_0 เมื่อขึ้นมาถึงจุดสูงสุดความเร็วปลายจะเป็นศูนย์ จากความสัมพันธ์สำหรับการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งขนาดคงที่

$$2a(x - x_0) = v^2 - v_0^2$$

ที่ระยะบนพื้นเอียง

$$(x - x_0) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$= \frac{0 - v_0^2}{-2g \sin 25^\circ} = \frac{v_0^2}{2g \sin 25^\circ}$$

หาระยะสูง

$$h = (x - x_0) \sin 25^\circ = \frac{v_0^2}{2g \sin 25^\circ} \sin 25^\circ = \frac{v_0^2}{2g}$$

ตัวอย่าง 2.13 ความเร็วหลุดพ้น (escape velocity) เป็นความเร็วขั้นต่ำของวัตถุที่ทำให้เคลื่อนที่ออก ไปจากอิทธิพลของแรงดึงดูดได้ เช่นยานอวกาศอยู่ทั่วโลก ต้องการเคลื่อนที่ออกจากโลกไป อยู่ต่างๆ ระยะเวลาที่ไกลมากซึ่งประมาณเป็นระยะอนันต์ได้ จะทำให้พลังงานศักย์โน้มถ่วงและพลังงานจลน์เข้าสู่ศูนย์ที่ตำแหน่งไกลมากนี้

เนื่องจากการเคลื่อนที่นี้ไม่ได้ขึ้นอยู่กับบริเวณผิวโลกเท่านั้น จึงต้องพิจารณาพลังงานศักย์เป็นกรณีทั่วไป โดยสมมติว่าวัตถุเคลื่อนที่เข้าสู่โลกตามแนวรัศมีจาก r_1 ไปยัง r_2

หางาน โดยการแบ่งเส้นทางออกเป็นช่วงสั้นๆ ($r_1, a, b, c, \dots, z, r_2$) หางานจากช่วงสั้นๆ นี้มารวมกัน

$$W_{r_1 \rightarrow r_2} = F \Delta r = \frac{GmM_E}{r^2} \Delta r$$

แทนค่า $\Delta r = r_1 - a$ และเนื่องจากระยะนี้สั้นมากๆ จึงสามารถแทน $r^2 = ar_1$ จึงได้งาน

$$W_{r_1 \rightarrow r_2} = \frac{GmM_E}{ar_1} (r_1 - a) = GmM_E \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r_1} \right)$$

เมื่อรวมงานย่อยๆ จะได้

$$W_{r_1 \rightarrow r_2} = GmM_E \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r_1} \right) + GmM_E \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \dots + GmM_E \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{z} \right)$$

$$= GmM_E \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = -GmM_E \left(-\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1} \right)$$

ซึ่งงานนี้เท่ากับผลต่างพลังงานศักย์ $W_{r_1 \rightarrow r_2} = -(P_2 - P_1)$ ได้พลังงานศักย์ที่ตำแหน่งใดๆ เป็น

$$PE = -\frac{GmM_E}{r}$$

พิจารณายานอวกาศ เริ่มต้นยานอยู่ที่ผิวโลกมีพลังงานศักย์โน้มถ่วง $PE = -GmM_E/R_E$

แล้วคิดเคลื่อนขึ้นด้วยความเร็ว v เพื่อเคลื่อนที่ออกจากผิวโลก ขณะนี้ยานอวกาศจะมีพลังงานรวมคือ

$$E = -\frac{GmM_E}{R_E} + \frac{1}{2}mv^2$$

เมื่อเคลื่อนที่ไปอยู่หนึ่งที่ระยะไกลมากจะมีพลังงานรวมเป็น

$$E = -\frac{GmM_E}{\infty} + \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

โดยการอนุรักษ์พลังงาน (คิดเฉพาะผลของแรงโน้มถ่วงไม่คิดการต้านทานของอากาศ)

$$E = -\frac{GmM_E}{R_E} + \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

จะได้ความเร็วหลุดพ้นจากผิวโลก

$$v = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} = \sqrt{\frac{2(6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{6.37 \times 10^6 \text{ m}}} = 11191 \text{ m/s}$$

เนื้อหาโดยสรุป

กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

กฎข้อที่ 1 “กฎของความเฉื่อย” วัตถุที่หยุดนิ่งจะยังคงหยุดนิ่งอยู่ วัตถุที่เคลื่อนที่ก็จะยังคงเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ตราบใดที่ไม่มีแรงกระทำ หรือแรงลัพธ์ที่กระทำเป็นศูนย์

$$\sum \vec{F}_i = 0$$

เราใช้กฎข้อนี้สำหรับศึกษาวัตถุในสภาพสมดุล วัตถุจะสมดุลเมื่อผลรวมของแรงหรือแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์

กฎข้อที่ 2 “กฎของความเร่ง” ภายใต้อิทธิพลของแรงกระทำ วัตถุจะมีความเร่ง a โดยความเร่งแปรผกผันกับแรงที่กระทำ และแปรผกผันกับมวลของวัตถุ

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

กฎข้อที่ 3 “กฎของกิริยา-ปฏิกิริยา” ทุกๆ แรงกิริยาจะมีแรงปฏิกิริยาซึ่งมีขนาดเท่ากันแต่มีทิศตรงกันข้าม

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

แรงที่พบในปัญหาพื้นฐานในบทนี้ประกอบด้วย

แรงโน้มถ่วง ซึ่งอธิบายโดย กฎความโน้มถ่วงสากล

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

แรงโน้มถ่วงเนื่องจากโลกกระทำต่อวัตถุบริเวณผิวโลกคือน้ำหนัก แรงโน้มถ่วงนั้นขึ้นกับระยะห่างระหว่างมวล แต่ที่ใกล้กับผิวโลกสามารถประมาณว่าแรงนั้นคือ $\vec{F}_G = -mg\hat{j}$

แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก N แรงนี้จะมิใช่ที่ผิวสัมผัสของวัตถุที่สัมผัสกัน โดยมีทิศตั้งฉากกับผิวสัมผัส
แรงดึงขึ้นคือ T แรงดึงเชือกนี้จะมีทิศทางพุ่งออกจากวัตถุ ไปตามเส้นเชือก

แรงเสียดทาน f เป็นแรงที่ต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยจะอยู่ตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยแรงเสียดทานนี้ขึ้นกับแต่ละผิวสัมผัส มีขนาด $f = \mu N$ เมื่อ μ เป็นสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

แรงคืนตัวสปริง F_s มีทิศตรงข้ามกับการกระจัดเสมอ และแปรผันกับขนาดของการกระจัด

$$F_s = -kx$$

เมื่อ k เป็นค่าคงที่ของสปริง

การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันแยกไปเป็นส่วนสองส่วนหลักๆ คือการวิเคราะห์สภาพสมดุล โดยใช้กฎข้อที่ 1 และการวิเคราะห์ความเร่งโดยใช้กฎข้อที่ 2 ซึ่งการพิจารณาต้องแยกพิจารณาแต่ละแกน

งานและพลังงาน

งานที่กระทำต่อวัตถุเนื่องจากแรงคงที่ F ซึ่งกระทำต่อวัตถุตลอดการกระจัด s

$$W = F \cdot s = F s \cos \theta$$

เมื่อ θ เป็นมุมระหว่างแรงและการกระจัด สำหรับแรงไม่คงที่งานหาได้จากพื้นที่ใต้กราฟ $F(s)$

ผลคูณแบบดอท

การต่อระหว่างสองเวกเตอร์ใดๆ

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta_{AB}$$

เมื่อ θ_{AB} เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ \vec{A} และ \vec{B} ผลคูณแบบดอทสามารถหาได้จาก

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

กำลัง P คืออัตราส่วนของงานที่กระทำต่อช่วงเวลา $P = \frac{W}{t}$

พลังงานจลน์

พลังงานจลน์ของวัตถุมวล m ที่มีอัตราเร็ว v

$$KE = \frac{mv^2}{2}$$

ทฤษฎีบทงานพลังงาน คือ งานที่กระทำต่อวัตถุเท่ากับผลต่างพลังงานจลน์ของวัตถุ

$$W = \Delta KE = KE_2 - KE_1$$

พลังงานศักย์

พลังงานศักย์เป็นพลังงานที่ขึ้นอยู่กับตำแหน่ง เช่นพลังงานศักย์โน้มถ่วง

$$PE_G (y) = mgy$$

พลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริงคือ

$$PE_s = \frac{kx^2}{2}$$

แรงอนุรักษ์ และการอนุรักษ์พลังงาน

แรงอนุรักษ์คือแรงที่ทำให้การทำงานขึ้นอยู่กับจุดต้นและจุดปลายเท่านั้น ไม่ขึ้นกับเส้นทาง การเคลื่อนที่ ทำให้สามารถนิยามพลังงานศักย์สำหรับแรงอนุรักษ์ได้ งานจากแรงอนุรักษ์เท่ากับผลต่างของพลังงานศักย์

$$W_c = -\Delta PE = -(PE_2 - PE_1)$$

งานจึงเขียนได้เป็นสองส่วน $W = W_c + W_{nc}$ เมื่อ W_{nc} งานเนื่องจากแรงไม่อนุรักษ์ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ผ่านทฤษฎีบทงานพลังงานคือ

$$W_{nc} = \Delta(KE + PE)$$

งานเนื่องจากแรงไม่อนุรักษ์มีค่าเท่ากับผลต่างพลังงานจลน์รวมกับพลังงานศักย์ ถ้าแรงที่กระทำต่อระบบมีเพียงแรงอนุรักษ์จะได้ กฎการอนุรักษ์พลังงานคือ พลังงานกลของระบบมีค่าคงที่

$$KE_1 + PE_1 = KE_2 + PE_2$$