

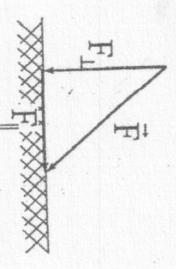
Handwritten signature or initials at the top right of the page.

### บทที่ 4

### กลศาสตร์ของไหล

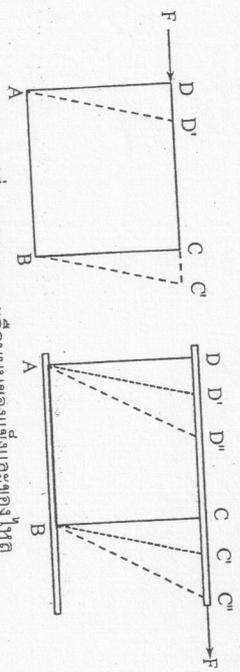
ที่ผ่านมาเป็นการพิจารณาวัตถุที่เป็นของแข็ง ซึ่งมีรูปทรงคงที่ แรงที่กระทำไม่สามารถทำให้รูปทรงวัตถุเปลี่ยนไป เมื่อส่วนหนึ่งเคลื่อนที่ก็จะเคลื่อนที่กันไปทั้งก้อน ถ้าใส่แรงมากเกินถึงจุดหนึ่งวัตถุก็จะแตกหัก นอกจากจากของแข็งดังกล่าวยังมีวัสดุที่ไม่มีรูปทรงแน่นอนและเปลี่ยนรูปร่างเมื่อมีแรงกระทำ ถ้าอยู่ในสถานะจะมีรูปร่างตามสถานะ สามารถไหลไปตามภาชนะได้ เรียกว่าของไหล (fluids, ละติเน to flow) ของไหลอาจแบ่งเป็นสองประเภท ประเภทแรกเป็นของแข็งที่มีอิทธิพลสำคัญ เมื่อบรรจุในภาชนะจะรวมกันให้เต็มภาชนะด้านข้างก่อน จะมีปริมาตรแน่นอนแต่รูปร่างไม่แน่นอน ของไหลแบบนี้เรียก ของเหลว (liquid) เช่นน้ำ อีกประเภทผลของ ความโน้มถ่วงไม่สำคัญ รูปทรงและปริมาตรไม่ชัดเจนเรียกว่า แก๊ส

ของไหลโดยทั่วไปจึงหมายถึงของเหลวหรือแก๊สซึ่งสามารถแสดงอาการไหลได้ สามารถให้ความหมายเพิ่มเติมสำหรับของไหลโดยการพิจารณาแรงที่กระทำ ดังในรูปที่ 4.1 เมื่อออกแรงกระทำโดยทำมุมใดก็ตามกับผิวที่ตัดดู สามารถแยกองค์ประกอบของแรงเป็นแนวตั้งฉากและขนานกับผิว แรงที่ขนานไปกับผิวเรียกว่าแรงเฉือน



รูปที่ 4.1 แรงที่กระทำบนผิวแยกได้เป็นแรงในแนวตั้งฉากและขนานกับผิวหรือแรงเฉือน

ลักษณะของของไหลก็คือสิ่งที่ไม่สามารถทนแรงเฉือนได้ เมื่อกระทำด้วยแรงเฉือนของไหลจะเคลื่อนที่หรือเสียรูปทรงไปอย่างค่อนเนื่อง เช่นการไหลที่ลื่นไหลไปบนผิวน้ำ น้ำจะเคลื่อนที่เคลื่อนที่ลื่นไหลไป หรือการการาคมือเปียกในอากาศ อากาศที่อยู่รอบๆมือก็จะเคลื่อนตามมือไปด้วย ผลของแรงเฉือนที่กระทำต่อของแข็งและของไหลต่างกันแสดงในรูปที่ 4.2 สำหรับของแข็งซึ่งมีรูปทรงแน่นอนเมื่อถูกกระทำด้วยแรงเฉือนจะมีการเปลี่ยนรูปร่างไปเล็กน้อยจากความยืดหยุ่น เมื่อนำแรงกระทำออก ก็จะได้กลับสู่สภาพเดิมได้ ถ้าแรงกระทำมากเกินไปเกินที่จะเสียรูปอย่างถาวรหรือแตกหัก



รูปที่ 4.2 ผลของแรงเลื้อยบนของแข็งและของไหล

สำหรับของไหลมีรูปทรงตามภาษาขณะมีอยู่ถูกทำให้ด้วยแรงเลื้อยจะเรียกรูปทรงไปอย่างค่อนเนื่องจาก ABCD ไม่เป็น ABCD' และค่อนเนื่องไปเป็น A'B'C'D" ซึ่งก็คือการไหล

สำหรับการศึกษาศาสตร์ของไหลในบทนี้แบ่งได้เป็นสองส่วน คือการศึกษาของไหลที่อยู่นิ่งเรียกว่าสถิตยศาสตร์ของไหลและของไหลที่เคลื่อนที่เรียกว่าพลศาสตร์ของไหล สำหรับของไหลที่อยู่นิ่ง(หรือเคลื่อนที่ไปด้วยกันทั้งหมด)ไม่มีแรงเลื้อยกระทำมีเพียงแรงในแนวตั้งฉากเท่านั้น การศึกษาของไหลจะมีปริมาณที่สำคัญเพิ่มเติมที่องค์การกระทำคือความหนาแน่นและความดัน ซึ่งซึ่งนำมาบทบาทเกี่ยวกับมวลและแรงในกลศาสตร์ของวัตถุของแข็ง

#### 4.1 ความดัน

ความหนาแน่นมวลหรือมีเรียกว่าความหนาแน่น กำหนดให้เป็นอัตราส่วนระหว่างมวล

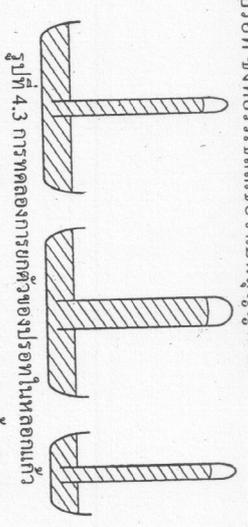
และปริมาตร

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (4.1)$$

ความหนาแน่นมีหน่วยเป็นหน่วยของมวลต่อปริมาตร คือ กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร  $kg/m^3$  จากความหนาแน่นสามารถเขียนมวลในเทอมของความหนาแน่นกับปริมาตรคือ  $m = \rho V$  สำหรับ

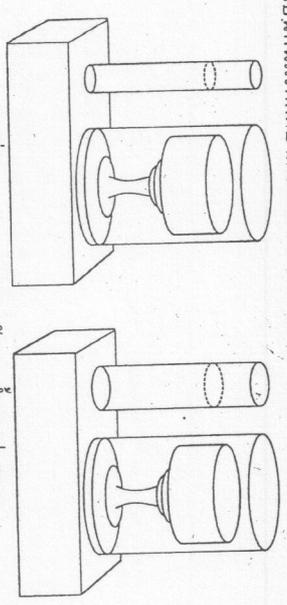
สารที่ทราบความหนาแน่นจึงสามารถหามวลได้จากปริมาตรคูณกับความหนาแน่น แนวคิดของความดันนั้นมีการพัฒนาขึ้นมาอย่างชัดเจนในช่วงกลางทศวรรษที่ 1660s โดยนักคิดที่สำคัญหลายคน เช่น ทอริริเชลลี, ปาสกาล และ บอยล์ ปัญหาในช่วงนี้มีผลความสนใจในการพิจารณาเป็นปัญหาที่ตกทอดกันมาตั้งแต่ยุคกรีกเกี่ยวกับการสูบน้ำหรือปั๊มน้ำ เป็นที่สังสัยกันว่าทำไมการสูบน้ำจึงมีข้อจำกัด ไม่สามารถสูบน้ำได้สูงตามต้องการได้ ซึ่งสามารถสูบน้ำได้เป็นระยะๆ ไม่เกินประมาณ 10 เมตรเท่านั้น ในยุคกรีกอริสโตเติลอธิบายว่าการที่สามารถสูบน้ำขึ้นได้เป็นระยะนั้นเป็นเพราะธรรมชาติไม่ชอบสภาพสุญญากาศ แต่ที่อธิบายนี้ไม่สามารถตอบ

คำถามว่าทำไมจึงสูบน้ำให้สูงกว่าระยะ 10 เมตรไม่ได้ จากการทดลองของทอริริเชลลี ศึกษาความสูงของระดับปรอทในหลอดแก้ว ทอริริเชลลีเชื่อว่าคำตอบของปัญหาอยู่ที่อากาศ ลึกลงจากพื้นผิวโลกนั้นจมอยู่ในทะเลของอากาศ อากาศมีน้ำหนักแก้วทดลองบนลิ้นที่อยู่ด้านล่างได้ การที่น้ำสามารถสูบน้ำให้สูงไปกว่าระยะ 10 เมตรได้เป็นเพราะน้ำหนักของอากาศมีความสามารถดันให้น้ำสูงขึ้นได้เพียงระยะ 10 เมตรเท่านั้น ไม่สามารถดันให้สูงกว่านี้ได้ ทอริริเชลลีใช้หลอดแก้วยาวใส่ปรอทแล้วคว่ำลงในอ่างปรอท พบว่าระดับความสูงของปรอทลดลงจะเหลือระยะ 30 นิ้ว และนี่ช่องว่างเหนือระดับปรอท ซึ่งทอริริเชลลีเชื่อว่าเป็นสุญญากาศ



รูปที่ 4.3 การทดลองการยกตัวของปรอทในหลอดแก้ว

ปรอทสามารถอยู่ในสมดุลคือหนึ่งได้ที่ระดับความสูงเท่ากัน ไม่ขึ้นกับปริมาตรหรือน้ำหนักของปรอทเหนือระดับปรอทในอ่าง สิ่งที่ทำให้ปรอทอยู่ได้อย่างสมดุลคือความดันเนื่องจากอากาศที่กดลงมา ความดันที่อากาศกดลงมาที่อ่างปรอทดันให้ปรอทสูงขึ้นได้เป็นระยะเท่ากัน ไม่ขึ้นกับปริมาตรของปรอท สำหรับปรอทที่อยู่ในหลอดแก้วเหนือระดับในอ่างย่อมถูกความโน้มถ่วงพยายามดึงลงคือมีน้ำหนักกดกลับลงมาที่ปรอทในอ่างเช่นเดียวกัน แต่ระบบทั้งหมดอยู่นิ่ง ดังนั้นเพราะความดันเนื่องจากปรอทกับความดันเนื่องจากอากาศนั้นเท่ากัน การทดลองของทอริริเชลลีนี้แสดงให้เห็นว่าความดันเนื่องจากปรอทนี้ขึ้นกับความสูงเท่านั้น ไม่ขึ้นกับปริมาตรหรือมวลของปรอท ปาสกาลเป็นคนแรกศึกษาเกี่ยวกับความดันอย่างเป็นระบบ เช่นการทดลองในรูปที่ 4.4



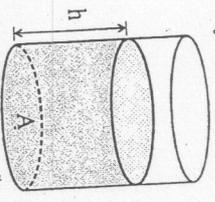
รูปที่ 4.4 การทดลองความดันของน้ำของปาสกาล

ในการทดลอง โดยเริ่มจากกล่องทรงสี่เหลี่ยมจะรู้แต่ต่อท่อเล็กและใหญ่เติมน้ำให้พอดีกับระดับของทรงสี่เหลี่ยม ทำการทดลอง โดยวางคัมน์น้ำหนักลงในท่อด้านใหญ่แล้วเติมน้ำลงในท่อเล็ก จะพบว่าต้องใช้คัมน์น้ำหนักขนาดใหญ่เพื่อให้น้ำในท่อเล็กคัมน์น้ำหนักขึ้นได้ ถ้าใช้คัมน์น้ำหนักที่หนักๆมพอให้น้ำท่อเล็กจะคัมน์น้ำหนักในท่อใหญ่กว่าคัมน์น้ำหนักในท่อเล็กสูงชันจากระดับของทรงสี่เหลี่ยมและพบว่าสำหรับท่อด้านซ้ายที่คัมน์น้ำหนักในท่อใหญ่จะรับน้ำหนักของทรงสี่เหลี่ยมที่สามารถคัมน์น้ำหนักได้พอดีก็จะเป็นระดับเดียวกัน การทดลองของปาสกาลนำไปสู่การสร้างที่จะดูกัน ได้กับระดับน้ำที่คัมน์น้ำหนักสองเท่าเช่นกัน การทดลองของปาสกาลนำไปสู่การสร้างแนวความคิดของความดันที่ชัดเจนขึ้น สิ่งที่สุดคัมน์น้ำหนักด้านขวาไม่ใช้ปริมาณน้ำในท่อด้านซ้าย แต่เป็นระดับความสูงของน้ำในท่อด้านซ้าย ในรูปที่ 4.4 ปริมาณหรือน้ำหนักของน้ำในท่อด้านซ้ายไม่เท่ากัน แต่ต่างที่สุดกับคัมน์น้ำหนักได้ สิ่งที่น่าสนใจคือระดับความสูง สำหรับปริมาตรต่อรูปทรงกระบอกปริมาตรคือพื้นที่ฐานคูณสูง  $V = Ah$  ในรูปทั้งสองแสดงว่าปริมาตรต่อพื้นที่หน้าตัดคือความสูง  $V/A = h$  ในนั้นเท่ากัน สำหรับน้ำหนักของน้ำในท่อของมุมปริมาตรกับปริมาตรของน้ำ น้ำหนักต่อพื้นที่หน้าตัด  $W/A$  ของน้ำในท่อที่สูงเท่ากันถึงเท่ากัน สิ่งที่สุดกับคัมน์น้ำหนักด้านขวาที่คัมน์น้ำหนักต่อพื้นที่ของน้ำในท่อด้านซ้าย การเปลี่ยนแปลงขนาดของท่อไม่ทำให้ น้ำหนักต่อพื้นที่เปลี่ยนไปถ้าความสูงของระดับยังเท่าเดิม จาการทดลองนี้นำไปสู่การกำหนดความดันในเชิงปริมาณ

ความดันกำหนดคือแรง(เช่นน้ำหนัก)ที่ตั้งฉากกับผิวต่อพื้นที่ความ และใช้สัญลักษณ์เป็น  $P$  (Pressure)

$$P = \frac{F}{A} \quad (4.2)$$

หน่วยของความดันคือนิวตันต่อตารางเมตร หรือเรียกว่าปาสกาล  $Pa = N/m^2$   
พิจารณาความดันเนื่องจากน้ำหนักของของไหล รูปที่ 4.5 พิจารณาของไหลในภาชนะทรงกระบอกที่มีพื้นที่หน้าตัด  $A$  ระดับความสูงของของไหลคือ  $h$  เหนือกึ่งภาชนะ



รูปที่ 4.5 ความดันที่กึ่งภาชนะเนื่องจากน้ำหนักของของไหล

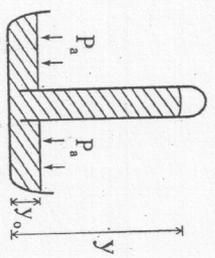
แรงที่กระทำกับกึ่งภาชนะคือคัมน์น้ำหนักของของไหล  $F_1 = W = mg$  ของไหลนี้มีปริมาตร  $V = hA$  ทำให้สามารถเขียนมวลของของไหลเป็น  $m = \rho V = \rho hA$  แทนคัมน์น้ำหนัก  $F_1 = mg = \rho ghA$  จะได้ว่าความดันที่กึ่งภาชนะเป็น

$$P = \frac{\rho ghA}{A} = \rho gh \quad (4.2)$$

จะเห็นว่าความดันขึ้นกับระดับความสูงของของไหลเหนือระดับที่วัดความดัน และขึ้นกับความหนาแน่นของของไหลชนิดนั้นๆ ในรูปที่ 4.5 นั้นถ้าภาชนะมีอากาศอยู่ด้านบน ความดันที่กึ่งภาชนะจะต้องรวมความดันเนื่องจากแรงกดลงมาของอากาศ ความดันอากาศที่ระดับนี้ทะเลคือ  $P_0 = 1.013 \times 10^5 Pa$  ดังนั้นความดันที่ระดับ  $h$  จากผิวของเหลวไปถึงมีความดันเป็น

$$P = P_0 + \rho gh$$

สำหรับการวัดความดันบรรยากาศสามารถใช้อุปกรณ์ที่ทอริเชลลีใช้รูปที่ 4.6 หลอดแก้วในช่องของเหลวเช่นปรอทแล้ววัดว่าสูงในอ่างปรอท ระบบคือปรอททั้งหมดอยู่ที่ได้อย่างสมบูรณ์ ความดันที่กึ่งภาชนะยังเท่ากันทั่ว ความดันเนื่องจากของเหลวในหลอดที่กดลงมาคือ  $\rho gy$



รูปที่ 4.6 บริเวณที่วัดความดัน

ความดันเนื่องจากอากาศและของเหลวในอ่างคือ  $P_0 + \rho gy_0$  ความดันทั้งสองส่วนนี้เท่ากัน

$$P = \rho gy = P_0 + \rho gy_0$$

ความดันบรรยากาศที่วัดจากระดับความสูงของของไหลในหลอดเหนือระดับภายนอก

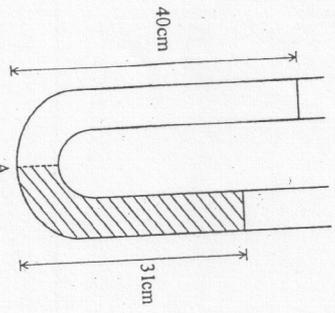
$$P_0 = \rho g(y - y_0)$$

(สมการนี้แสดงว่าระดับความสูงของของเหลวในหลอดคัมน์เปลี่ยนตามความหนาแน่น  $(y - y_0) = P_0 / \rho g$  ของเหลวที่มีความหนาแน่นมากกว่า อากาศจะคัมน์ให้สูงขึ้นไปสูงได้น้อยกว่า สำหรับน้ำมีความหนาแน่น  $1000 \text{ kg/m}^3$  จะได้ว่าความสูงที่ขยับคัมน์ในหลอด

$$y - y_0 = \frac{P_0}{\rho g} = \frac{1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ N/g})} = 10.34 \text{ m}$$

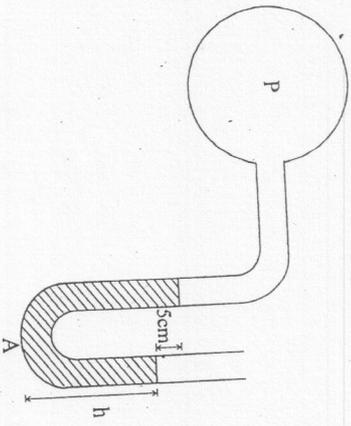
อากาศจึงคัมน์น้ำให้สูงได้ไม่เกินประมาณ 10.34 m

ตัวอย่าง 4.1 ระบบในรูป นำสูง 40cm และของเหลวไม่ทราบชนิด 31cm หากความหนาแน่นของของเหลวที่ไม่ทราบชนิด ความหนาแน่นของน้ำ  $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$



ที่ก้นหลอดที่จุด A อยู่ได้อย่างสมดุล ความดันด้านขวาซึ่งเท่ากับความดันด้านซ้าย โดยความดันในแต่ละระดับจะประกอบด้วยความดันบรรยากาศและความดันเนื่องจากของเหลว  $P_a + \rho_w g(0.4\text{m}) = P_a + \rho g(0.31\text{m})$   
 $\rightarrow \rho_w g(0.4\text{m}) = \rho g(0.31\text{m})$   
 จะได้ว่าความหนาแน่นของของเหลวไม่ทราบชนิด  
 $\rho = \rho_w \frac{0.4\text{m}}{0.31\text{m}} = 1290 \text{ kg/m}^3$  #

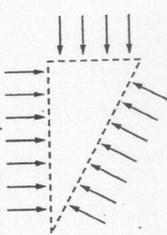
ตัวอย่าง 4.2 หลอดตัวรูปรูปปรอทต่อกับทรงกลมซึ่งมีแก๊สอยู่ข้างในรูป หากความดันของแก๊สในทรงกลมโดยความดันบรรยากาศเท่ากับ 76 เซนติเมตรปรอท  $P_a = P_{Hg}g(0.76\text{m})$  ความหนาแน่นของปรอทคือ  $13600 \text{ kg/m}^3$



ที่ตำแหน่ง A ของหลอดอยู่อย่างสมดุล ได้ความดันด้านซ้ายและขวาเท่ากัน ความดันจากด้านซ้ายประกอบด้วยความดันจากปรอทสูง  $h+5\text{cm}$  และความดันแก๊ส P ด้านซ้ายความดันประกอบด้วยความดันบรรยากาศและความดันจากปรอทสูง  $h$   
 $P + P_{Hg}g(h + 0.05\text{m}) = P_a + P_{Hg}gh$   
 $P + P_{Hg}g(0.05\text{m}) = P_a$   
 $P = P_a - P_{Hg}g(0.05\text{m})$   
 $= (0.76 - 0.05 \text{ m})(13600 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ N/kg})$   
 $= 94629 \text{ Pa}$  #

จะได้ว่าความดันแก๊ส  
 ลักษณะสำคัญของความดันหรือแรงกระทำของของไหลสถิตย์คือ ที่จุดใดๆความดันหรือแรงกระทำจะเท่ากันในทุกทิศทาง และที่ผิวหรือผนังใดๆแรงที่กระทำให้เกิดความดันจะกระทำในแนวตั้งฉากกับผิวเสมอ ถ้าวัดความดันที่จุดใดๆในของไหลที่อยู่นิ่งจะพบว่า ความดันนั้นเท่ากันในทุกทิศทาง(เป็นปริมาณสเกลาร์) เพราะถ้ามีความดันด้านใดด้านหนึ่งสูงขึ้นมากว่าย่อมจะทำให้

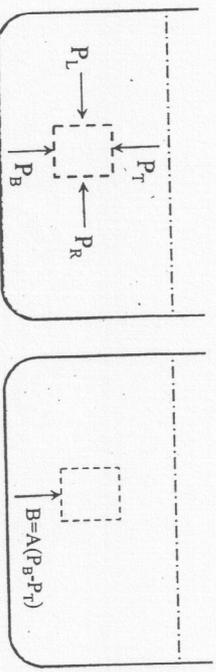
ของไหลเกิดการไหลได้ซึ่งผลิตเงื่อนไขของสถิตย์ศาสตร์ สำหรับแรงที่เข้าทำกับผนังหรือผิว(ผิวใดๆที่สร้างขึ้นหรือผิวธรรมชาติ)จะอยู่ในทิศตั้งฉากกับผิวเสมอ จากหลักการของแรงปริมาตรภายใต้การไหลที่พิจารณาออกแรงกระทำกับผิวใดๆ ย่อมมีแรงกระทำกลับในทิศตรงกันข้าม ถ้าของไหลออกแรงกระทำไม่ตั้งฉากกับผิว แรงกระทำกลับต่อของไหลก็จะไม่ตั้งฉากกับผิวของของไหลเช่นกัน ซึ่งแรงนี้มีส่วนประกอบขนานไปกับผิวของของไหล ซึ่งก็คือแรงเสถียรจะทำให้ของไหลเกิดการไหล ซึ่งจะทำให้ไม่สมดุลต้องกับเงื่อนไขของของไหลสถิตย์



รูปที่ 4.7 สำหรับของไหลสถิตย์ที่ผิวหรือผนังใดๆแรงที่เข้าทำกับผนังหรือผิวเสมอ

4.2 แรงลอยตัว

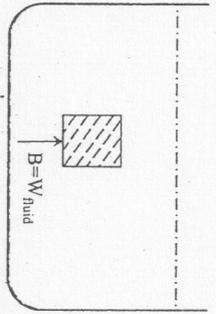
พิจารณาของไหลปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมตั้งแสดงในรูปที่ 4.8 จะมีความดันกระทำกับด้านทั้งหกของของไหลนี้ โดยความดันด้านซ้ายและขวาจะเท่ากัน และเช่นกันด้านหน้าและด้านหลังเท่ากัน แต่ความดันด้านบนและด้านล่างจะไม่เท่ากันเนื่องจากเป็นความดันที่ระดับความสูงที่ต่างกัน



รูปที่ 4.8 แรงกระทำเนื่องจากของไหล ทำให้เกิดแรงลอยตัว

ดังนั้นจะมีแรงกดลงคือ  $F_T = AP_T$  เมื่อ A เป็นพื้นที่ทรงสี่เหลี่ยมด้านบนและล่าง สำหรับด้านล่างจะมีแรงดันขึ้นคือ  $F_B = AB$  ดังนั้นจะมีแรงกระทำกับทรงสี่เหลี่ยมนี้คือ  $F = F_B - F_T = A(P_B - P_T)$   
 ซึ่งจะขึ้นกับแรงดันขึ้นด้านบน สำหรับของไหลในทรงสี่เหลี่ยมนี้ซึ่งนิ่งได้ แสดงว่าแรงที่กระทำกับของไหลปริมาตรนี้ต้องเป็นศูนย์นั่นคือ  $B = A(P_B - P_T)$  นี้ต้องเท่ากับน้ำหนักของของไหลในปริมาตรสี่เหลี่ยมนี้

ถ้าปริมาตรของไหลนี้ถูกแทนที่ด้วยวัตถุอื่นดังในรูปที่ 4.9

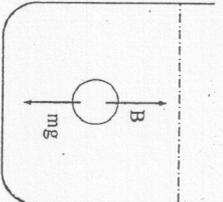


รูปที่ 4.9 แรงกระทำที่เนื่องมาจากของไหล ทำให้เกิดแรงลอยตัว  
วัตถุนี้ก็จะถูกแรงกระทำคือแรงดันขึ้น

$$B = A(P_B - P_T) = W_{fluid} \quad (4.3)$$

ซึ่งมีค่าเท่ากับน้ำหนักของของไหลที่วัตถุเข้าไปแทนที่ แรงนี้เรียกว่าแรงลอยตัว นั่นคือเมื่อวัตถุเข้าไปแทนที่ของไหล จะมีแรงลอยตัวกระทำกับวัตถุ โดยแรงนี้จะเท่ากับน้ำหนักของของไหลที่วัตถุเข้าไปแทนที่ ก็คือหลักการลอยตัวของอาร์คิมิดีส ซึ่งเป็นจริงกับวัตถุรูปทรงใดๆ

**ตัวอย่าง 4.3** พิจารณาวัตถุมวล  $m$  อยู่ในของไหล แรงที่กระทำกับวัตถุคือแรงโน้มถ่วงหรือน้ำหนัก และแรงลอยตัว



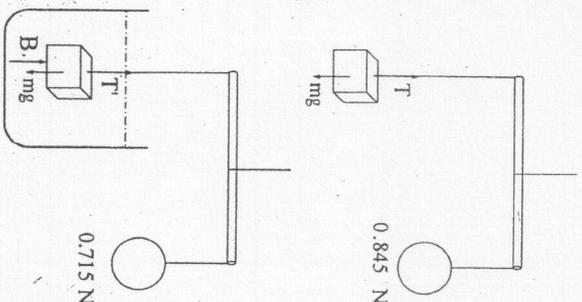
โดยกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันข้อที่ 2  
 $ma = B - mg$   
 จะได้ว่าความเร่งของวัตถุ  $a = \frac{B - mg}{m}$   
 แทนมวลวัตถุ  $m = \frac{P_{object}}{g}$  และแรงลอยตัว  $B = P_{fluid} Vg$

$$a = \frac{P_{fluid} Vg - P_{object} Vg}{P_{object} V} = \left( \frac{P_{fluid} - P_{object}}{P_{object}} \right) g$$

ถ้าวัตถุนี้เริ่มเคลื่อนที่ขึ้นในของไหล ถ้าวัตถุมีความหนาแน่นมากกว่าของไหล  $P_{object} > P_{fluid}$  ความเร่งจะเป็นลบ วัตถุจะเคลื่อนที่ลงสู่ก้นภาชนะ ถ้าวัตถุมีความหนาแน่นน้อยกว่าของไหล  $P_{object} < P_{fluid}$  ความเร่งเป็นบวก วัตถุจะเคลื่อนที่ขึ้นสู่ผิวหน้า เพื่อกลับปริมาตรที่อยู่ในของไหลเป็นการลดแรงลอยตัว ถ้าวัตถุมีความหนาแน่นเท่ากับของไหล  $P_{object} = P_{fluid}$  จะอยู่นิ่งในของไหล

#

**ตัวอย่าง 4.4** ชั่งวัตถุในอากาศได้น้ำหนัก 0.845 นิวตัน เมื่อชั่งในน้ำได้ 0.715 นิวตัน หาปริมาตรและความหนาแน่นของวัตถุนี้



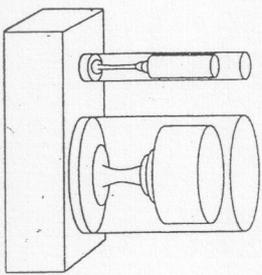
น้ำหนักจริงหรือน้ำหนักที่ชั่งในอากาศคือแรงโน้มถ่วงคือ  $W_T = mg$  น้ำหนักปรากฏหรือน้ำหนักที่ชั่งในน้ำคือน้ำหนักจริงที่ถูกลดทำให้ลดลงเนื่องจากแรงลอยตัวที่ค้ำวัตถุขึ้นคือ  $W_u = W_T - B = mg - B$   
 ผลต่างของน้ำหนักนี้มาจากแรงลอยตัว  $B = W_T - W_u$   
 โดยแรงลอยตัวมีขนาดเท่ากับน้ำหนักของน้ำที่มีปริมาตรเท่ากับวัตถุ  
 $P_{water} Vg = 0.845 - 0.715 = 0.13$   
 จะได้ว่าปริมาตร  
 $V = \frac{0.13}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ N/kg})} = 1.3 \times 10^{-5} \text{ m}^3 = 13 \text{ cm}^3$   
 หากความหนาแน่นของวัตถุได้จาก

$$P = \frac{m}{V} = \frac{0.086 \text{ kg}}{1.3 \times 10^{-5} \text{ m}^3} = 6615.4 \text{ kg/m}^3 = 6.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

#

**4.3 หลักของปาสคาล**

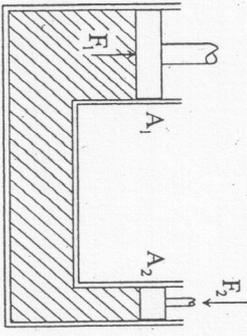
การทดลองของปาสคาลในรูปที่ 4.10 โดยใช้ตุ้มน้ำหนักที่ผู้พบว่าในท่อเล็กใช้ตุ้มน้ำหนักขนาดเล็กกว่าก็สามารถเคลื่อนที่ตุ้มน้ำหนักขนาดใหญ่ได้ ถ้าด้านท่อใหญ่มีพื้นที่มากกว่าด้านเล็ก 100 เท่า น้ำหนักที่สามารถเคลื่อนที่ลงได้จะเป็นหนึ่งในร้อยของน้ำหนักที่วางในท่อใหญ่ ปาสคาลตั้งกฎว่าระบบที่ทำการทดลองนี้เคลื่อนที่ลงกับระบบคาน ถ้ากวดตุ้มน้ำหนักด้านท่อเล็กเป็นระยะ 1 นิ้วจะพบว่าตุ้มน้ำหนักด้านท่อใหญ่ที่หนักกว่า 100 เท่าก็จะขยับสูงขึ้นไประดับ 1/100 นิ้ว ระยะที่เคลื่อนที่แปรผกผันกับน้ำหนัก ซึ่งได้สัดส่วนที่ตรงกับระบบคาน ปาสคาลพิจารณาว่าสิ่งที่ตั้งผ่านไปที่เมื่อกดตุ้มน้ำหนักคือความดัน การกดตุ้มน้ำหนักด้านหนึ่งจะส่งผ่านความดันไปยังตุ้มน้ำหนักอีกด้านหนึ่งได้



รูปที่ 4.10 การทดลองหลักของปาสคาล

**หลักของปาสคาล** การเปลี่ยนแปลงความดันที่จุดใดจุดหนึ่งในของเหลวในภาชนะปิดจะถูกส่งต่อไปทุกๆส่วนของเหลวและผนังภาชนะ ถ้าที่ตำแหน่งหนึ่งมีการเปลี่ยนแปลงความดันที่ตำแหน่งอื่นก็จะมีการเปลี่ยนแปลงเช่นกัน และเปลี่ยนไปด้วยขนาดเท่ากัน

**ตัวอย่าง 4.5** ระบบไฮดรอลิกดังในรูป ประกอบด้วยหน้าตัดไม่เท่ากันคือพื้นที่หน้าตัด  $A_1 = 200\text{cm}^2$  และ  $A_2 = 5\text{cm}^2$  ถ้าใช้แรง  $F_2 = 250\text{N}$  กัดที่ถูกสูบตัวเล็ก หารแรงที่ถูกสูบตัวใหญ่



การออกแรงกดที่ถูกสูบตัวเล็กจะทำให้เกิดความดัน  $P = F_1 / A_1$  ความดันนี้จะถูกส่งผ่านไปในทุกส่วนของของเหลวและส่งไปที่ถูกสูบตัวใหญ่ด้วย ที่ถูกสูบตัวใหญ่จะมีความดันเนื่องจากของเหลวกระทำต่อถูกสูบคือ  $P = F_2 / A_2$  ซึ่งความดันทั้งสองส่วนนี้เท่ากัน

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_1 = \frac{A_1}{A_2} F_2$$

$$= \frac{200\text{cm}^2}{5\text{cm}^2} 250\text{N}$$

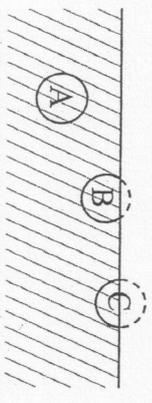
$$= 10000\text{N}$$

เป็นการได้เปรียบเชิงแรง แต่ไม่ได้เปรียบเชิงงาน

#### 4.4 ความตึงผิว

สำหรับวัตถุของแข็งถ้าจับส่วนใดส่วนหนึ่งของวัตถุขึ้นมาวัตถุก็จะติดกันขึ้นมาทั้งก้อน การติดกันไปแบบนี้เรียกว่าโคฮีชัน (cohesion) ถ้าเราจับมีดลงในน้ำแล้วยกน้ำขึ้นมาแน่นอนว่าน้ำทั้งหมดจะไม่ติดขึ้นมาด้วย ที่เป็นแบบนี้ไม่ใช่ไม่มีโคฮีชัน แต่เป็นเพราะมีน้ำน้อยมีอิมเพกกับของแข็ง โคฮีชันนี้เป็นสิ่งที่นักคิดหลายคนให้ความสนใจกันมานาน เช่นกาลิเลโอสงสัยว่าทำไมบางครั้งหยดน้ำสามารถทรงตัวเป็นหยดอยู่ได้ โดยไม่แยกพื้นผิวบางชนิด กาลิเลโอเชื่อว่าทำไมบางอย่างยึดของเหลวเข้าด้วยกันไว้ ถ้าไม่มีโคฮีชันน้ำก็จะไม่สามารถรวมกันเป็นของเหลวได้ก็จะต้องอยู่ในสถานะแยกกันนั้น โดยการมองว่าระบบประกอบด้วยส่วนย่อยๆ โคฮีชันก็คืออันตรกิริยาหรือแรงที่ยึดส่วนย่อยเหล่านี้เข้าด้วยกัน

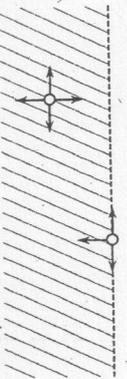
สำหรับของเหลวเช่นน้ำประกอบด้วยอนุภาคน้ำ (โมเลกุลน้ำ) อนุภาคเหล่านี้จับกลุ่มรวมกันโดยที่แรงดึงดูดเรียกว่าแรงโคฮีชัน เป็นแรงดึงดูดระหว่างอนุภาคชนิดเดียวกัน ทุกๆอนุภาคจะออกแรงกระทำกับอนุภาคข้างเคียงทุกทิศทาง โดยแรงนี้อ่อนลงตามระยะทาง เมื่อพิจารณาของเหลวที่ผิวชั้นที่ผิวสัมผัสระหว่างของเหลวกับภาชนะ หรือผิวสัมผัสระหว่างของเหลวกับอากาศด้านบน อนุภาคของเหลวที่บริเวณผิวจะอยู่ภายใต้อิทธิพลของแรงโคฮีชันต่างจากอนุภาคภายในของเหลว โดยพิจารณาว่าแรงระหว่างอนุภาคเหล่านี้อยู่ในระยะสั้นๆ แต่สามารถครอบคลุมได้หลายอนุภาค คือมองว่าแรงที่กระทำกับอนุภาคนั้นมีมาจากอนุภาครอบข้างที่อยู่ใต้อากาศสัมผัสกัน



รูปที่ 4.11 แรงโคฮีชันที่ผิวของอนุภาคในของเหลวจะเท่ากันทุกทิศทาง แต่อนุภาคที่ผิวจะมีแรงแอดฮีชันเข้ามาเกี่ยวข้อง

จากรูปที่ 4.11 ถ้าเราให้ทรงกลมขนาดของแรงอนุภาค A มีพิสัยของแรงอยู่ในของเหลวทั้งหมด จะมีแรงกระทำกลับจากแรงโคฮีชันเป็นศูนย์คือแรงจากทุกด้านจับคู่หักล้างกันหมด ชัยกับขนาดของอนุภาค C ที่ผิวจะมีแรงทั้งสองส่วนคือจากอนุภาคชนิดเดียวกันด้านล่างลดลง และจากอนุภาคต่างชนิดกันบนฝั่งขึ้น ซึ่งแรงยึดระหว่างอนุภาคหรือของไหลต่างชนิดกันเรียกว่าแอดฮีชัน (adhesion) สำหรับอนุภาค B จะอยู่ภายใต้แรงโคฮีชันมากกว่า C แต่อยู่ภายใต้แรงแอดฮีชันน้อยกว่า C ถ้าแรงทั้งสองชนิดไม่เท่ากัน เช่นถ้าโคฮีชัน

ดังกล่าว แรงลัพธ์ระหว่างอนุภาคที่กระทำจะมีทิศทางเข้าหาเองให้หลวมตัวเดียวกันเอง แรงที่กระทำนี้จะมีอยู่ก่อนการบริเวณผิวเท่านั้น เช่นในรูปที่ 4.12

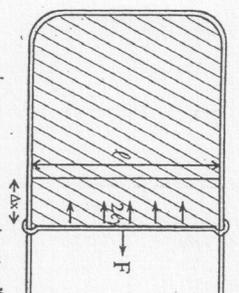


รูปที่ 4.12 เมื่อแรงโคฮีชันสูงกว่าแอดฮีชัน แรงลัพธ์บนอนุภาคที่ผิวจะมีทิศทางเข้าหาของเหลว

อนุภาคที่ผิวจึงถูกดึงลงด้านล่างบีบอัดของเหลวส่วนอื่นๆเข้ามามีทิศทางใน ลักษณะเช่นนี้ทำให้ผิวของของเหลวมีพฤติกรรมคล้ายกับผิวของวัสดุยืดหยุ่นที่พยายามหดตัวและมีความตึงอยู่ในผิว เช่นผิวของลูกโป่งที่ถูกเป่าให้ขยายออก ผิวลูกโป่งซึ่งมีขนาดจะพยายามหดกลับและเมื่อสัมผัสผิวลูกโป่งจะพบว่ามีความตึง พฤติกรรมของของเหลวหลายๆอย่างสามารถอธิบายได้โดยการพิจารณาชั้นนี้ คือมองว่าผิวของเหลวเป็นวัสดุยืดหยุ่นและมีแรงตึงไปตามผิว ดังนั้นภายใต้แรงตึงนี้เองแล้วจะพยายามลดพื้นที่ผิวลงเท่าที่ทำได้ (ไม่ลดปริมาตร) เช่นหยดน้ำถ้าไม่อยู่ภายใต้อิทธิพลอื่นๆ หยดน้ำนี้จะเป็นที่ทรงกลม เนื่องจากมีพื้นที่ผิวน้อยที่สุด และโดยความตึงผิวจึงมีอยู่ว่างวัตถุเบาบางนำวัตถุก็จะลอยอยู่ได้

ที่ผิวนมาเป็นการทำงานผิว โดยอาศัยแนวคิดของแรง แต่ยังมีอีกแนวทางในการทำงานในการพิจารณา คือการทำงานโดยพลังงาน พลังงานพื้นผิวพิจารณาได้ดังนี้ ถ้าพยายามจะทำการเพิ่มพื้นที่ผิวให้กับของเหลว สิ่งที่ต้องทำก็คือการดึงอนุภาคที่อยู่ภายในของเหลวให้ออกมาอยู่ที่ผิวชั้นนอก ซึ่งการจะทำเช่นนั้นได้คือขอยกแรงเพื่อต้านแรงดึงดูดของโคฮีชัน (สมมติว่าโคฮีชันแรงกว่าแอดฮีชัน) การดึงอนุภาคออกมาด้วยระยะทางหนึ่งซึ่งนำมาที่ผิวต้องทำงาน งานที่ทำนี้ถูกพิจารณาว่าเข้าไปด้วยระบบอยู่ที่ผิว เป็นพลังงานพื้นผิว ดังนั้นในการเพิ่มพื้นที่ผิวต้องใช้พลังงาน ถ้าเชื่อว่าระบบส่วนใหญ่อยู่พยายามจะมีพลังงานต่ำสุด ดังนั้นระบบเช่นหยดของเหลวจะพยายามที่จะมีพื้นที่ผิวให้น้อยที่สุด เพื่อลดพลังงานพื้นผิวให้ต่ำที่สุดเท่าที่จะทำได้ แต่กลับกันถ้า แอดฮีชัน โดกว่าผิวจะพยายามขยายตัวเพื่อลดพลังงาน

พิจารณาตัวอย่างการทำงานตึงของสปริงในกรอบสี่เหลี่ยมกว้าง  $\ell$  ให้ยึดออกตั้งในรูปที่ 4.13 ออกแรงดึง (สมมติว่าแรงนี้คงที่) ไปเป็นระยะ  $\Delta x$  จะต้องการงานคือ  $W = F\Delta x$  ซึ่งงานนี้ทำให้พื้นที่ของฟองสปริงเพิ่มขึ้นคือ  $\Delta A = 2\Delta x \ell$  เลข 2 มาจากผิวทั้งสองด้าน ผิวบนและล่าง กำหนดความตึงผิวของของเหลวคืองานที่ทำเพื่อเพิ่มพื้นที่ผิวต่อพื้นที่



รูปที่ 4.13 การทำงานเพื่อเพิ่มพื้นที่ผิว

$$W = F\Delta x = \frac{F\Delta x}{2\Delta x \ell} = \frac{F}{2\ell} \Delta A \quad (4.4)$$

จะเห็นว่าความตึงผิวนอกจากมีหน่วยเป็นหน่วยของงานต่อพื้นที่ ยังมีหน่วยเหมือนกับแรงต่อความยาว สมการ (4.4) แสดงว่าสำหรับของเหลวที่มีความตึงผิว  $\gamma$  ในการเพิ่มพื้นที่ผิว  $\Delta A$  จะต้องการงานคือ

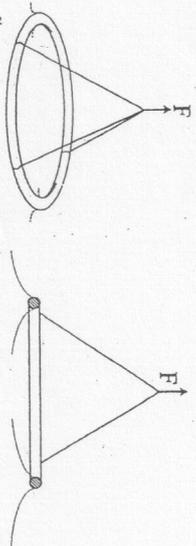
$$W = \gamma \Delta A \quad (4.5)$$

สำหรับการพิจารณาแบบแรง พิจารณาผิวหรือฟิล์ม 2 แผ่นคือด้านบนและด้านล่าง ในการยึดแผ่นฟองสปริงนี้จะต้องออกแรงขนาดหนึ่งซึ่งกล่าวที่สัมผัสกับฟองสปริง เพื่อต้านกับแรงตึงที่อยู่ที่ผิวของฟองสปริง โดยกล่าวสัมผัสกับฟิล์มด้านบนเป็นระยะ  $\ell$  และด้านล่างเป็นระยะ  $\ell$  รวมเป็นระยะ  $2\ell$  กำหนดความตึงผิว  $\gamma$  เป็นแรงที่ต้องกระทำต่อความยาวซึ่งตั้งฉากกับแรง

$$\gamma = \frac{F}{2\ell}$$

แรงที่ต้องกระทำนี้จึงหาได้จากความตึงผิวคูณกับความยาวของผิวที่พิจารณา  $F = \gamma 2\ell$  จะเห็นว่าความตึงผิวของของเหลวเช่นนี้ไม่ต่างกันระหว่างมุมองแบบแรงและพลังงาน สำหรับกรเพิ่มของพื้นที่ผิวจริงๆแล้วต่างจากแบบยศาสตร์ที่ตัดออก การเพิ่มของพื้นที่ผิวของของเหลวเกิดจากการที่อนุภาคภายในของเหลวมีแนวโน้มอยู่ที่ผิวเพิ่มเติม (plastic deformation) ในขณะที่การเพิ่มพื้นที่ผิวของวัสดุยืดหยุ่นนั้นเป็นการถูกยืดระยะห่างระหว่างอนุภาคออก จำนวนอนุภาคที่ผิวยังคงเท่าเดิม (elastic deformation)

ตัวอย่าง 4.6 จุ่มวงแหวนลวดเส้นผ่านศูนย์กลาง 7.5 cm ลงในน้ำมันดิบ ต้องออกแรง  $8.62 \times 10^{-3} \text{ N}$  จึงดึงแหวนให้หลุดออกมา หากความตึงผิวของน้ำมันดิบ



วงแหวนสัมผัสกับน้ำมันดิบ โดยมีระยะสัมผัสเท่ากับเส้นรอบวงของแนวสัมผัสภายนอกและภายใน ซึ่งสามารถประมาณว่าเท่ากัน ระยะสัมผัสจึงเป็น  $\ell = 4\pi r$  จากแรง  $F = \ell \gamma$  ได้ความตึงผิว

$$\gamma = \frac{F}{\ell} = \frac{F}{4\pi r} = \frac{8.62 \times 10^{-3} \text{ N}}{4\pi(0.0375 \text{ m})} = 0.0183 \text{ N/m}$$

ตัวอย่าง 4.7 พองสบู่มี  $\gamma = 0.025 \text{ J/m}^2$  หากงานในการทำให้พองสบู่มีรัศมีเพิ่มจาก 25 เป็น 75 mm เนื่องจากพองสบู่สองผิว งานที่ใช้ในการเพิ่มพื้นที่ผิวจึงเป็น  $W = 2\gamma\Delta A$  คำนวณจากผิวสองด้าน

$$W = 2\gamma\Delta A = \gamma 8\pi(r_2^2 - r_1^2) = (0.025 \text{ J/m}^2)(8\pi)(75^2 - 25^2) \times 10^{-6} \text{ m} = 3.14 \times 10^{-3} \text{ J}$$

**มุมสัมผัส** เมื่อหยดน้ำบนกระจกพบว่าไม่สามารถเปียกกระจกได้ แต่ถ้าหยดปรอบบนกระจก จะพบว่าปรอบไม่เปียกกระจก ปรากฏการณ์เช่นนี้สามารถอธิบายโดยการพิจารณาแรงแคตซีชัน หรืออาจพิจารณาจากความตึงผิวก็ได้เช่นกัน โคซิมิพารามิเตอร์สำคัญที่ใช้ในการอธิบายการเปียกหรือไม่เปียกคือมุมสัมผัส (contact angle) สำหรับปรอบกับน้ำนั้น น้ำกับกระจกมีแรงแคตซีชันที่แรงกว่าโคซิมิพารามิเตอร์จะน้อยกว่าจึงจะกระจัดออกเพิ่มพื้นที่ผิวที่สัมผัสกับกระจกให้มากขึ้น น้ำจึงเปียกกระจก สำหรับปรอบจะมีโคซิมิพารามิเตอร์ที่สูงกว่า แรงแคตซีชันระหว่างกระจกกับปรอบ ปรอบจึงไม่พยายามที่จะเพิ่มพื้นที่ผิวสัมผัสกับกระจก ค่ายโคซิมิพารามิเตอร์ที่สูงกว่าจึงสามารถทรงตัวหรือยึดกันเป็นหยดอยู่ได้ ปรอบจึงไม่เปียกกระจก

พิจารณาเมื่อหยดของเหลวบนพื้นของแข็งที่เรียบในรูปที่ 4.14 จะมีผิวเกิดขึ้น 3 ผิวคือผิวของของเหลว(ติดกับอากาศ) ผิวของของแข็ง และผิวของเหลวของแข็ง จุดหรือเส้นที่สัมผัสผิวรวมกันเรียกว่าจุดสัมผัสหรือเส้นสัมผัส มุมที่ผิวของเหลวทำกับผิวของแข็งที่จุดสัมผัสเรียกว่ามุมสัมผัส(วัดออกจากผิวของเหลวของแข็ง)

รูปที่ 4.14 หาระหว่างรอยต่อของแข็งของเหลวและอากาศ และมุมสัมผัส มุมสัมผัสมีค่าขึ้นอยู่กับโคซิมิพารามิเตอร์และแรงแคตซีชัน ถ้าโคซิมิพารามิเตอร์มากกว่า 90 องศา คอสมิพารามิเตอร์จะไม่เปียก สำหรับแรงแคตซีชัน สูงกว่า มุมสัมผัสจะน้อยกว่า 90 องศา ซึ่งแสดงแนวโน้มว่าเปียก ดังตัวอย่างในรูปที่ 4.15



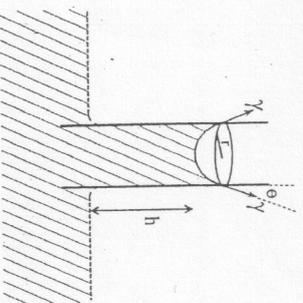
รูปที่ 4.15 มุมสัมผัสน้อยกว่า 90 องศา และมากกว่า 90 องศา

**สภาพคาปิลลารี (Capillary, ละติน hair like)** เมื่อจุ่มหลอดขนาดเล็กเรียกหลอดคาปิลลารี ลงในน้ำจะพบว่าระดับน้ำในหลอดจะยกตัวสูงกว่าระดับปรอบข้าง ในทางตรงข้ามถ้าจุ่มหลอดคาปิลลารีในปรอบ จะพบว่าระดับปรอบในหลอดจะลดระดับลงเมื่อเทียบกับระดับปรอบ ปรากฏการณ์เหล่านี้เรียกว่าสภาพคาปิลลารี ของเหลวยกตัวขึ้นหรือลดระดับลง ซึ่งเป็นผลมาจากโคซิมิพารามิเตอร์และความตึงผิวของวัสดุสัมผัสกัน

พิจารณาการอธิบายอย่างคร่าวๆ เช่นระหว่างน้ำกับแก้ว แรงแคตซีชันระหว่างน้ำกับแก้วสูงกว่าโคซิมิพารามิเตอร์ของตัวเอง ดังนั้นระหว่างน้ำกับแก้ว น้ำจะพยายามเพิ่มผิวสัมผัสระหว่างน้ำกับแก้ว เช่นเมื่อหยดน้ำบนแก้ว น้ำจะกระจัดออกเพื่อเพิ่มพื้นที่ผิวสัมผัสกับแก้ว ทำให้น้ำเปียกกระจกได้เมื่อจุ่มหลอดขนาดเล็กลงในน้ำ น้ำจะยกระดับตัวเองขึ้นเพื่อเพิ่มพื้นที่ผิวที่สัมผัสกับแก้วให้มากขึ้น ซึ่งเป็นผลมาจากแรงแคตซีชันที่มาก แต่น้ำจะไม่สามารถยกตัวสูงขึ้นไปได้อีก เนื่องจากน้ำหนักของน้ำเอง ยิ่งยกตัวสูงขึ้นเหนือระดับปรอบมากก็ยิ่งต้องรับน้ำหนักที่มากขึ้น สำหรับกรณีของปรอบนั้นโคซิมิพารามิเตอร์ระหว่างปรอบกับแก้วปรอบจะสูงกว่าแรงแคตซีชันระหว่างปรอบกับแก้ว ปรอบจึงพยายามลดพื้นที่ผิวสัมผัสกับปรอบให้น้อยลง เช่นเมื่อหยดปรอบบนแผ่นแก้ว ปรอบจะไม่ยกระดับเหมือนกับน้ำ แต่จะพยายามรวมตัวกันและลดพื้นที่ผิวสัมผัสกับแก้วลง ทำให้ปรอบไม่เปียกแก้ว ในกรณีที่จุ่มหลอดคาปิลลารีลงในปรอบ ปรอบลดระดับลงเพื่อลดพื้นที่ผิวสัมผัสกับแก้ว

ฮอดส์บี ทำการศึกษาสภาพเปิดโล่งอย่างเป็นระบบในปี 1712 ทำการทดลองกับแผ่นแก้วขนานกันและกับหลอดแก้วปิดกั้น เมื่อทำการทดลองกับแผ่นแก้วขนานกัน โดยมีของเหลวอยู่ระหว่างแผ่นแก้ว พบว่าระยะที่ของเหลวยกตัวขึ้นแปรผกผันกับระยะห่างระหว่างแผ่นแก้ว เมื่อทดลองกับหลอดแก้วที่มีความหนาต่างๆกันพบว่าระยะที่ยกขึ้นไม่ขึ้นกับความหนาของแก้ว แสดงว่าปรากฏการณ์นี้ขึ้นกับผิวของแก้วเท่านั้น การทดลองในศูญญากาศก็พบการยกตัวขึ้นแสดงว่าปรากฏการณ์นี้ไม่ขึ้นกับอากาศโดยตรง ฮอดส์บีเชื่อว่ามีความสูงระหว่างผิวแก้วและน้ำที่ติดกับแก้ว แต่ไม่สามารถอธิบายว่ากลายมาเป็นแรงยกได้อย่างไร นิวตันพิจารณาผลการทดลองของฮอดส์บี นิวตันมองว่าถ้าหรือการทดลองระหว่างแผ่นแก้วขนานนั้น คือพิจารณาว่าแรงดูดนั้นคงที่ซึ่งแรงดูดนี้จะคงที่กับน้ำหนัมน้ำ จึงทำให้ระยะที่ยกขึ้นแปรผกผันกับระยะห่างระหว่างแผ่น ในปี 1718 จูริน ทำการทดลอง พบว่าระยะที่ของเหลวยกตัวขึ้นนั้นขึ้นอยู่กับรัศมีหลอดเท่านั้น และเชื่อว่าปรากฏการณ์นี้มาจากแรงดึงดูดของเส้นรอบวงของแนวสัมผัสระหว่างผิวหน้าของหลอดแก้วกับผิวหลอด

การหาระดับความสูงของของเหลวในหลอดคาปิลลารีสามารถพิจารณาได้จากการทำงานของแรงดึงดูดงานพื้นผิว หรือแรงตึงผิว หรือสมการยังก์-ลาปลาซ วิธีพิจารณาจากแรงตึงผิวของผิวระหว่างนี้และอากาศพิจารณา ดังนี้ สำหรับการยกน้ำขึ้น มีแรงกระทำกับผิวน้ำที่แนวสัมผัส ซึ่งเป็นการยกที่คงที่ขึ้น โดยทำหน้าที่กับหลอดเป็นมุมเท่ากับมุมสัมผัส คืออยู่แนวเดียวกับผิวหน้า  $\theta$  แรงนี้หาได้จากความตึงผิว  $\gamma$  คูณกับความยาวของเส้นสัมผัสของผิวกับหลอด  $2\pi r$  เมื่อ  $r$  เป็นรัศมีหลอด จะได้แรง  $2\pi r\gamma$



รูปที่ 4.16 การหาระดับความสูงของการยกตัวจากแรงตึงผิว

แรงของปริมาตรของของเหลวนี้ แรงที่อยู่ในแนวตั้งคือ  $2\pi r\gamma \cos\theta$  ซึ่งแรงนี้จะคงที่กับน้ำหนักของของเหลวที่ยกขึ้นไปเหนือระดับปกติ  $mg = \rho Vg = \rho\pi r^2 h g$  จะได้เงื่อนไขของสมดุล

$$\rho\pi r^2 h g = 2\pi r\gamma \cos\theta$$

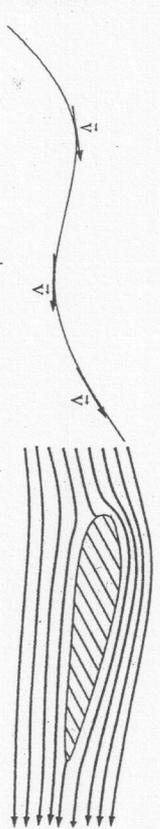
$$h = \frac{2\gamma \cos\theta}{\rho r g} \quad (4.6)$$

ตัวอย่าง 4.8 ถ้ารากไม้มีท่อลำเลียงรัศมี  $2.5 \times 10^{-5} \text{ m}$  ความตึงผิวในน้ำ  $\gamma = 7.3 \times 10^{-2} \text{ J/m}^2$  น้ำขึ้นไปตามท่อลำเลียงเหล่านี้โดยมุมสัมผัสสามารถประมาณเป็น  $0^\circ$  จากสมการ (4.9) จะได้ว่าระยะที่น้ำขึ้นไปได้นั้นเนื่องจากสภาพคาปิลลารี

$$h = \frac{2\gamma \cos\theta}{\rho g r} = \frac{2(7.3 \times 10^{-2} \text{ J/m}^2)(1)}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ N/kg})(2.5 \times 10^{-5} \text{ m})} = 0.6 \text{ m}$$

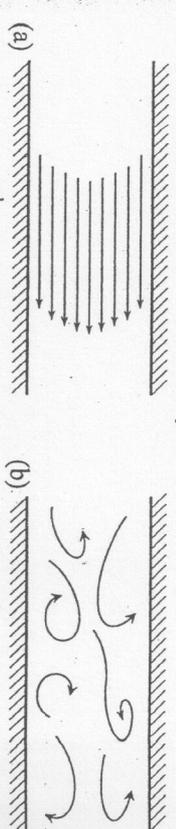
**พลศาสตร์ของไหล**

ที่ผ่านมาเป็นการศึกษาของไหลที่อยู่นิ่ง ในส่วนนี้เป็นการศึกษาของไหลที่เคลื่อนที่หรือไหล เพื่อให้เข้าใจภาพชัดเจนการศึกษาของไหลที่เคลื่อนที่ของไหลด้วยสายกระแส (streamline) คือเส้นแสดงเส้นทางการเคลื่อนที่ของของไหล โดยที่เส้นสัมผัสที่แต่ละจุดบนสายกระแสแสดงทิศทางและความเร็วของการไหลที่จุดนั้น



รูปที่ 4.17 สายกระแสแสดงการไหลของของไหล

โดยการแทนของไหลจะแสดงสายกระแสแต่เพียงบางส่วนเท่านั้น การไหลแบ่งได้อย่างกว้างๆเป็น 2 แบบ คือการไหลแบบสม่ำเสมอหรือลามินาร์ (Laminar คือเป็นชั้นบางๆ) และการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent) เมื่อพิจารณาของไหลเป็นชั้นบางๆ การไหลแบบลามินาร์ของไหลจะไหลผ่านกันไปอย่างปั่นป่วนหรือเป็นระเบียบเป็นชั้นๆ ไหลผ่านกันไป สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนนั้นจะไม่เป็นรูปแบบที่ชัดเจน ดังแสดงในรูปที่ 4.18



รูปที่ 4.18 การไหลแบบลามินาร์(a) และการไหลแบบปั่นป่วน(b)

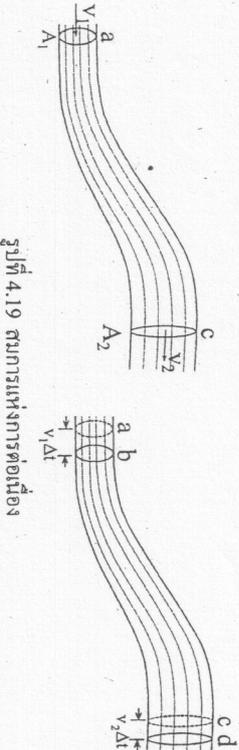
สำหรับการไหลของของไหลจริงงานในอัตราที่ได้นั้นขึ้นอยู่กับลักษณะการไหลของของไหลอย่างง่ายของไหลอุดมคติ ซึ่งมีลักษณะคือ

- 1 ไม่มีแรงเสียดทานภายในระหว่างชั้นของของไหล คือไม่มีถึงความหนืด
- 2 อัตราไม่แปรปรวนตลอดทั้ง
- 3 ไหลแบบคงตัว คือ ความเร็ว ความหนาแน่น และความดันที่ตำแหน่งใดๆ ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

#### 4 ไหลแบบไม่หมุน

### 4.5 สมการแห่งการต่อเนื่อง

เป็นสมการที่บรรยายการไหลอย่างต่อเนื่องของของไหลอุดมคติ ซึ่งของไหลจะไหลไปอย่างต่อเนื่องไม่สูญหายหรือสะสมที่ตำแหน่งใดๆ



รูปที่ 4.19 สมการแห่งการต่อเนื่อง

พิจารณาของไหลที่ไหลผ่านท่อที่มีขนาดพื้นที่หน้าตัดไม่เท่ากันในรูปที่ 4.19 พิจารณาของไหลที่อยู่ระหว่างหน้าตัด a และ c ให้ปริมาตรเป็น  $V_{ac}$  ที่หน้าตัด a มีพื้นที่  $A_1$  และที่บริเวณนี้ของไหลมีอัตราเร็ว  $v_1$  ที่หน้าตัด c มีพื้นที่  $A_2$  และที่บริเวณนี้ของไหลมีอัตราเร็ว  $v_2$  พิจารณาการไหลของของไหลที่อยู่ระหว่างหน้าตัด a และ c ในช่วงเวลาสั้นๆ  $\Delta t$  ของไหลที่หน้าตัด a จะเคลื่อนไปได้ระยะ  $v_1 \Delta t$  ไปอยู่ที่หน้าตัด b ในขณะที่ยาวของไหลที่หน้าตัด c เคลื่อนไปได้ระยะ  $v_2 \Delta t$  ไปอยู่ที่หน้าตัด d หมายความว่าของไหลที่อยู่ระหว่างหน้าตัด b และ d เนื่องจากของไหลอัดตัวไม่ได้และมีการไหลอย่างต่อเนื่องไหลตลอด ไม่สะสมไม่ขาดหายไปไหนระหว่างทาง ดังนั้นของไหลเคลื่อนระหว่างหน้าตัด a และ c เมื่อเข้ามาอยู่ระหว่าง หน้าตัด b และ d ปริมาตรของของไหลย่อมไม่เปลี่ยนแปลง ปริมาตรของไหลเดิมปริมาตรคือจากหน้าตัด a ไปหน้าตัด b  $V_{ab}$  และจากหน้าตัด b ไปหน้าตัด c  $V_{bc}$  ภายหลังจากเวลา  $\Delta t$  ของไหลปริมาตร  $V_{bc}$  และ  $V_{cd}$  เนื่องจากปริมาตรไม่เปลี่ยน  $V_{ab} + V_{bc} = V_{bc} + V_{cd}$  จะได้ปริมาตรระหว่างหน้าตัด a และ b เท่ากับ

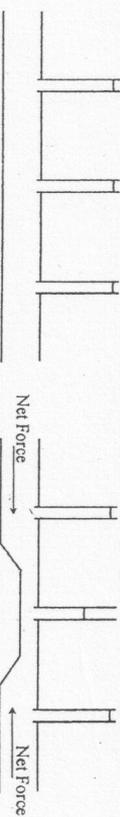
ปริมาตรระหว่างหน้าตัด c และ d  $V_{cd} = V_{bc}$  โดยปริมาตร  $V_{ab} = v_1 \Delta t A_1$  และ  $V_{cd} = v_2 \Delta t A_2$  จะได้  $A_1 v_1 \Delta t = A_2 v_2 \Delta t$  จะได้สมการที่บรรยายการไหลที่ต่อเนื่องเป็น

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (4.7)$$

สมการนี้คือสมการแห่งการต่อเนื่อง ผลคูณของพื้นที่หน้าตัดและอัตราเร็วของของไหลซึ่งเรียกว่าอัตราการไหลจะเท่ากันสำหรับทุกๆจุด อัตราการไหล มีหน่วยเป็น ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที  $m^3/s$

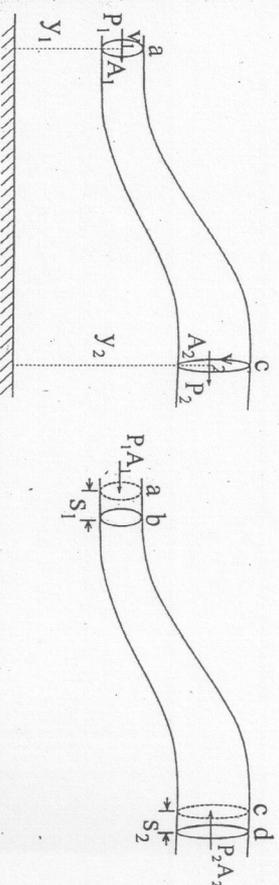
### 4.6 สมการเบอร์นูลลี

การเคลื่อนที่ของของไหลส่งผลต่อความดันของตัวของไหลเอง พิจารณาน้ำไหลในท่อขนาดคงที่วางตัวอยู่ในแนวระดับ โดยอาศัยความดันที่ปลายด้านหนึ่งทำให้ในไหลด้วยความเร็วคงที่ น้ำจะมีความดันเท่ากันทุกๆจุด สังกัดโดยการกระทำต่อด้านบนและสังเกตระดับน้ำ รูปที่ 4.20



รูปที่ 4.20 ของไหลที่เคลื่อนที่เร็วจะมีความดันลดลง

แต่ถ้าให้ท่อนี้ขนาดไม่คงที่ น้ำที่ผ่านท่อใหญ่เข้าท่อเล็กจะมีความเร็วเพิ่มขึ้น (สมการ 4.7) น้ำจึงมีความเร็วขณะผ่านจากท่อนขนาดใหญ่ การมีความเร็วเพิ่มขึ้นย่อมมาจากมีแรงกระทำสุทธิ แรงนี้มาจากความดันของน้ำที่ต่างกัน ของน้ำในท่อทั้งสองด้าน ของเหลวด้านซ้ายจะตั้งมีความดันมากกว่าเช่นกันเมื่อออกจาท่อเล็กเข้าท่อใหญ่ด้านขวา ความเร็วของของเหลวลดลง จึงมีแรงมากกว่ากระทำ เพื่อลดความเร็ว ซึ่งแรงนี้มาจากความดันที่มากกว่าของท่อด้านขวา จากการพิจารณาสามารถสรุปได้ว่าความดันของไหลจะลดลงถ้าความเร็วของไหลเพิ่มขึ้น หลักการนี้ถูกค้นพบโดยเบอร์นูลลี



รูปที่ 4.21 การไหลของของไหลผ่านท่อที่มีพื้นที่ตัดและระดับความสูงไม่เท่ากัน

สมการเบอร์นูลลี

พิจารณาของไหลที่อยู่ระหว่างหน้าตัด a และ c ในรูปที่ 4.21 ที่มีปริมาตรหน้าตัด a สูงจากระดับอ้างอิง  $y_1$  มีพื้นที่หน้าตัด  $A_1$  ของไหลมีความดัน  $P_1$  และมีอัตราเร็ว  $v_1$  ที่มีปริมาตรหน้าตัด c สูงจากระดับอ้างอิง  $y_2$  มีพื้นที่หน้าตัด  $A_2$  ของไหลมีความดัน  $P_2$  และมีอัตราเร็ว  $v_2$  พิจารณาการไหลในช่วงเวลาสั้นๆ ของไหลที่อยู่ระหว่างหน้าตัด a และ c เคลื่อนไปอยู่ระหว่างหน้าตัด หน้าตัด b และ d พิจารณาการกระทำของไหล ที่หน้าตัด a ของไหลถูกกระทำด้วยแรง  $F_1 = P_1 A_1$  ทำให้เคลื่อนไปเป็นระยะ  $s_1$  จะได้งานที่กระทำต่อของไหลคือ  $W_1 = F_1 s_1 = P_1 A_1 s_1 = P_1 V_1$  และเช่นกันที่หน้าตัด c แรงที่กระทำคือ  $F_2 = P_2 A_2$  ซึ่งมีทิศตรงกันข้ามกับการเคลื่อนที่ จะได้งานคือ  $W_2 = -F_2 s_2 = -P_2 A_2 s_2 = -P_2 V_2$  เพราะเป็นการไหลอย่างต่อเนื่องยอมได้  $V_1 = V_2 = V$  สำหรับงานสุทธิที่กระทำกับของไหลคือ

$$W = P_1 V_2 - P_2 V_2 = (P_1 - P_2)V$$

งานปริมาตรนี้จะทำให้พลังงานของไหลคือพลังงานจลน์และพลังงานศักย์โน้มถ่วงเปลี่ยนไปตามของไหลปริมาตรอยู่ระหว่างหน้าตัด a และ c เมื่อเคลื่อนไปอยู่หน้าตัด b และ d ส่วนที่หายไปคือส่วนที่อยู่ระหว่าง a และ b ส่วนที่เพิ่มเข้ามาคือส่วนที่อยู่ระหว่าง c และ d ส่วนที่อยู่ระหว่าง a และ b มีมวลคือ  $m = \rho V_1 = \rho V$  มีพลังงานจลน์และพลังงานศักย์โน้มถ่วงคือ

$$E_{a0} = \frac{1}{2} m v_1^2 + m g y_1 = \frac{1}{2} \rho V v_1^2 + \rho V g y_1$$

ส่วนที่อยู่ระหว่าง c และ d มีมวลคือ  $m = \rho V_2 = \rho V$  มีพลังงานจลน์และพลังงานศักย์โน้มถ่วง

$$E_{cd} = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g y_2 = \frac{1}{2} \rho V v_2^2 + \rho V g y_2$$

ดังนั้นพลังงานที่เปลี่ยนไปของของไหลคือพลังงานที่ได้จากส่วนที่อยู่ระหว่าง c และ d ที่เพิ่มขึ้น และส่วนที่หายไปคือส่วนที่อยู่ระหว่าง a และ b จึงได้พลังงานที่เปลี่ยนไปของของไหลคือ

$$\Delta E = \frac{1}{2} \rho V v_2^2 + \rho V g y_2 - \frac{1}{2} \rho V v_1^2 - \rho V g y_1$$

ซึ่งมีค่าเท่ากับงานที่กระทำต่อของไหล

$$W = (P_1 - P_2)V = \Delta E = \frac{1}{2} \rho V v_2^2 + \rho V g y_2 - \frac{1}{2} \rho V v_1^2 - \rho V g y_1$$

จะได้

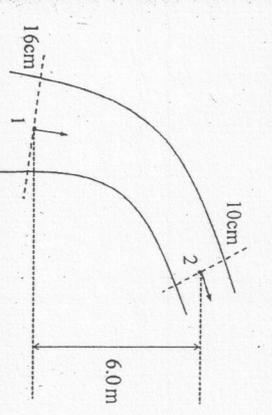
$$(P_1 - P_2)V = \frac{1}{2} \rho V v_2^2 + \rho V g y_2 - \frac{1}{2} \rho V v_1^2 - \rho V g y_1$$

หรือ

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 \quad (4.8)$$

คือสมการของเบอร์นูลลี ซึ่งเป็นสมการแสดงการอนุรักษ์พลังงานนั่นเอง ในสมการแสดงว่าความดันรวมกับความหนาแน่นพลังงาน(พลังงานศักย์และพลังงานจลน์ต่อปริมาตร)ของของไหลในท่อเป็นค่าคงที่

ตัวอย่าง 4.9 ท่อตั้งในรูปที่คำนวณ 1 มีความดัน 200 kPa น้ำมีความหนาแน่น 800 kg/m<sup>3</sup> ไหลด้วยอัตรา 0.030 m<sup>3</sup>/s หากความดันที่ตำแหน่ง 2



จากอัตราการไหล  $A_1 v_1 = A_2 v_2 = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$   
 จะได้ว่าความเร็วที่ตำแหน่งทั้งสอง  
 $v_1 = \frac{0.03 \text{ m}^3/\text{s}}{A_1} = \frac{0.03 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi(0.08 \text{ m})^2} = 1.49 \text{ m/s}$   
 $v_2 = \frac{0.03 \text{ m}^3/\text{s}}{A_2} = \frac{0.03 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi(0.05 \text{ m})^2} = 3.82 \text{ m/s}$

ใช้สมการของเบอร์นูลลี หากความดันที่ตำแหน่งที่ 2 โดยตำแหน่งทั้งสองมีความสูงต่างกัน 6.0 m

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) + \rho g (y_1 - y_2)$$

$$= 200 \text{ kPa} + (400 \text{ kg/m}^3)(1.49^2 - 3.82^2 \text{ m}^2/\text{s}^2)$$

$$+ (800 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ N/kg})(6 \text{ m})$$

$$= 200 - 494892 - 470400 \text{ kPa} = 148 \text{ kPa}$$

ตัวอย่าง 4.11 แทงคน้ำอยู่สูงจากก้นน้ำที่พื้นมีระยะ 30 m เมื่อเปิดก้นน้ำที่ออกจะมีอัตราเร็วเท่าใด

ความดันที่แทงคน้ำและที่ก้นน้ำเท่ากันคือความดันบรรยากาศ ที่แทงคืออัตราเร็วเป็นศูนย์ (น้ำในแทงเคลื่อนที่ช้ามาก ปริมาณอัตราเร็วเป็นศูนย์ เพราะพื้นที่หน้าตัดแทงที่ใหญ่กว่าก้นน้ำ)  $v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 \approx 0$  จากสมการเบอร์นูลลี จะได้

$$P_{\text{atm}} + 0 + \rho g (30 \text{ m}) = P_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

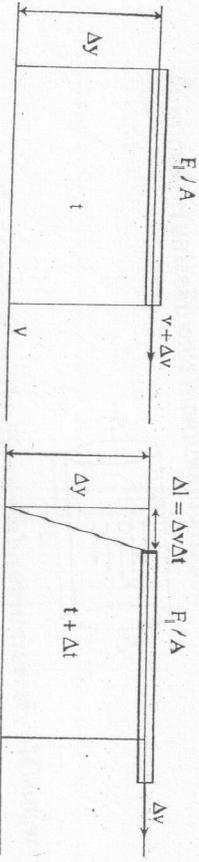
$$v = \sqrt{2g(30 \text{ m})}$$

$$= 24.25 \text{ m/s}$$

#### 4.7 ความหนืด

ถ้าเราดึงวัตถุของแข็งไปบนพื้น ความเร็วจะลดลงและหยุดในที่สุดเพราะแรงเสียดทานระหว่างผิวสัมผัส ถ้าจะให้เกิดความเร็วหรือการเคลื่อนที่ต้องมีแรงขับตลอด สำหรับการเคลื่อนที่ของของแข็งไปในของเหลวก็จะมีลักษณะเหมือนกัน เราคิดหรือไปในน้ำจะเคลื่อนที่ช้าลงแล้วหยุดในที่สุด(พลังงานของวัตถุลดลงเพราะความเสียดทาน) จะเคลื่อนที่ได้ช้าลงก็มีแรงขับเสียดทานที่เคลื่อนขึ้นนี้ เกิดจากความจำเป็นที่แรงต้องให้เพื่อที่จะแยกน้ำโดยต้องต้านทิศขึ้นของน้ำเพื่อให้ช่องว่างให้หรือผ่านไป การเสียดทานขึ้นกับรูปร่างของวัตถุ ถ้ารูปร่างทำให้เกิดการหมุนวนของน้ำจะทำให้เสียดทานมาก แต่ถ้ารูปร่างกลมด้วยหยดน้ำไม่ทำให้เกิดการหมุนวนของน้ำ ไปตามกระแส น้ำ จะเสียดทานน้อย ความเสียดทานระหว่างของแข็งกับของเหลวจะเห็นตามความเร็ว

เราสามารถรับรู้ได้ว่าสำหรับความเสียดทานระหว่างของแข็งกับของเหลว เช่นการเคลื่อนที่น้ำ จะเคลื่อนที่ช้ากว่าทำให้เคลื่อนที่ได้ช้าลง สำหรับของเหลวเอง ความเสียดทานระหว่างของเหลวเองมี เมื่อทำให้ของเหลวเคลื่อนที่จะมีบางส่วนของพื้นที่ไม่ทั้งหมด บางส่วนเคลื่อนที่สัมผัสกับส่วนที่เหลือจะมีความเสียดทานภายใน(internal friction) ระหว่างสองส่วน ความเสียดทานนี้จะทำให้ส่วนที่เคลื่อนที่อยู่ที่ช้าลงและทำให้ส่วนที่อยู่เคลื่อนที่ ความเสียดทานภายในนี้ต่างกับคุณสมบัติของไหลและชั้นกับอุณหภูมิจะลดลงเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น ถ้ามีความเสียดทานภายในที่กัมมันตภาพกิจกรรมของเหลวเมื่อถูกทำให้เคลื่อนที่เรียกว่าความหนืด(viscosity)



รูปที่ 4.22 การเสียดทานของเหลวภายใต้ความเค้นเฉือน

พิจารณารูปที่ 4.22 มีของเหลวซึ่งพิจารณาว่าเป็นชั้นของเหลวซ้อนกันอยู่ที่ผิวราบด้านบนที่พื้นที่หน้าตัด A อยู่ห่างจากส่วนล่างเป็นระยะ Δy ใช้แรง F<sub>1</sub> ให้ของไหลชั้นบนเคลื่อนที่ โดยความเสียดทานชั้นบนนี้จะต้านที่อยู่ที่อยู่ที่ติดไปด้านล่างให้เคลื่อนที่ไปด้วยและชั้นล่างนี้ก็จะพยายามวิ่งชั้นบน ของเหลวแต่ละชั้นจะลากและหว่างกันไปเช่นนั้นเรื่อยๆ ความเร็วของแต่ละชั้นจะลดลงไปเรื่อยตามความลึก ให้ส่วนบนเคลื่อนที่ v+Δv ส่วนล่างเคลื่อนที่เร็ว v

ชั้นบนจะมีความเร็ว Δv เทียบกับชั้นล่างสุด ถ้าเริ่มต้นออกแรงที่เวลา t กระทำไปจนถึงเวลา t+Δt ของไหลชั้นบนจะเคลื่อนที่ไปเทียบกับชั้นล่างเป็นระยะ Δl = ΔvΔt

ถ้าหากการเสียดรูปของของไหลเป็น ระยะที่ต่อเนื่องไปเทียบกับชั้นล่างต่อระยะระหว่างชั้น

$$e = \frac{\Delta l}{\Delta y} = \frac{\Delta v \Delta t}{\Delta y}$$

อัตราการเสียดรูปเป็นการเสียดรูปในช่วงเวลาที่พิจารณา

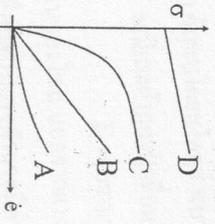
$$\dot{e} = \frac{e}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \frac{\Delta l}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta t} \frac{\Delta v \Delta t}{\Delta y} = \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

อัตราการเสียดรูปสอดคล้องกับอัตราการเปลี่ยนของความเร็ของของไหลเทียบกับระดับความลึก สำหรับแรงที่กระทำต่อพื้นที่ F<sub>1</sub>/A นี้เรียกว่าความเค้นเฉือน σ กำหนดความหนืดหรือสัมประสิทธิ์ความหนืด เป็นอัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือนต่ออัตราการเสียดรูป

$$\eta = \frac{\sigma}{\dot{e}} \tag{4.9}$$

โดยแรงที่เท่ากันของไหลที่มีอัตราการเสียดรูปมากจะมีความหนืดน้อย ของไหลที่มีอัตราการเสียดรูปน้อยคือของไหลที่มีความหนืดมาก สำหรับอัตราการเสียดรูปที่เท่ากันของไหลที่ต้องใช้แรงมากมีความหนืดมาก ของไหลที่ต้องใช้แรงน้อยมีความหนืดน้อย สมการ(4.9)อาจเขียนเป็น

$$\sigma = \eta \dot{e} = \eta \frac{\Delta v}{\Delta y} \tag{4.10}$$



รูปที่ 4.23 ความหนืดหาได้จากความชันของการแพร่และความเค้นและอัตราการเสียดรูป

โดยกราฟของกราฟระหว่างความเค้นกับอัตราการเสียดรูปจะได้ความสัมพันธ์กราฟเป็นสัมประสิทธิ์ความหนืด ในรูปที่ 4.23 ของไหล A มีความหนืดลดลงเมื่อความเค้นเพิ่มขึ้น ของไหล B มีความหนืดคงที่ ของไหลที่มีความหนืดคงที่นี้เรียกว่าของไหลนิวตัน มีการเสียดรูปแปรผันตรงกับความเค้น สำหรับ C เป็นของไหลที่มีความหนืดเพิ่มขึ้นเมื่อความเค้นเพิ่มขึ้น สำหรับ D เริ่มต้นเป็นของแข็งในการเริ่มทำให้เสียดรูปหรือไหลต้องใช้เวลาที่ถึงจุดพอ

### ความตึงผิว

แรงยึดเหนี่ยวภายในของไหลชนิดเดียวกันเรียกว่าแรงโคฮีชันหรือ โคฮีชัน

แรงยึดเหนี่ยวระหว่างของไหลต่างชนิดกันเรียกว่าแรงแอดฮีชันหรือแอดฮีชัน

ความตึงผิว  $\gamma$  นิยามจากงาน  $W$  ที่ใช้ในการเพิ่มพื้นที่ผิวคือพื้นที่ผิวที่เพิ่มขึ้น  $\Delta A$

$$\gamma = \frac{W}{\Delta A}$$

หรือนิยามจากแรงต่อความยาวของแนวสัมผัสที่แรงกระทำ

$$\gamma = \frac{F}{2l}$$

สภาพคาปิลลารี คือสภาพที่ของเหลวยกตัวขึ้นหรือลดระดับลง ที่บริเวณที่ผิวของเหลวสัมผัสกับวัตถุอื่นเช่นการจับหลอดขนาดเล็ก ลงในน้ำจะพบว่าระดับน้ำในหลอดจะยกตัวสูงกว่าระดับภายนอกข้าง ระยะที่ยกตัวขึ้นหรือลดระดับลง

$$h = \frac{2\gamma \cos\theta}{\rho g r}$$

เมื่อ  $\theta$  เป็นมุมสัมผัสที่ผิวของเหลวกระทำผิวสัมผัสระหว่างของเหลวกับวัสดุ

พลศาสตร์ของไหล คือการศึกษาการเคลื่อนที่หรือการไหลของของไหล เพื่อการพิจารณาจึงมีแกนของไหลคือด้วยสายกระแสซึ่งเป็นเส้นแสดงเส้นทางการเคลื่อนที่ของของไหล การไหลแบ่งการไหลแบบสม่ำเสมอหรือลามินาร์และการไหลแบบปั่นป่วน ในการศึกษาระดับเบื้องต้นจำกัอยู่ที่ของไหลอุดมคติซึ่งไม่มีความหนืดอัดตัวไม่ได้ไหลแบบคงตัวและไม่หมุน

สมการแห่งการต่อเนื่อง

เป็นสมการที่บรรยายการไหลอย่างต่อเนื่องของไหลอุดมคติ เมื่อไหลผ่านพื้นที่หน้าตัด  $A_1$  ด้วยอัตราเร็ว  $v_1$  เมื่อผ่านพื้นที่  $A_2$  ด้วยอัตราเร็ว  $v_2$  จะมีความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหล

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

สมการเบอร์นูลลี

เมื่อของไหลอุดมคติไหลผ่านท่อที่พื้นที่หน้าตัดไม่เท่ากัน และระยะความสูงไม่เท่ากันระหว่างสองตำแหน่งจะมีความสัมพันธ์คือความดันรวมกับความหนาแน่นพลังงานเป็นค่าคงที่

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

### ความหนืด

ความหนืดเกิดจากความเสียดทานภายในของของไหล ถัดมาประสิทธิภาพหนืดหรือความหนืดนิยามจากอัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือน  $\sigma$  และอัตราการเสียรูป  $\dot{\epsilon}$

$$\eta = \frac{\sigma}{\dot{\epsilon}}$$

กฎของปัวซอง อัตราการไหลของไหลที่มีความหนืดผ่านท่อทรงกระบอกคือ

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)}{8\eta L}$$

กฎของสโตกส์ เมื่อทรงกลมรัศมี  $r$  เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว  $v$  ในของไหลที่มีความหนืด  $\eta$  จะมีแรงต้านการเคลื่อนที่เนื่องจากความหนืดคือ

$$F_r = 6\pi\eta r v$$